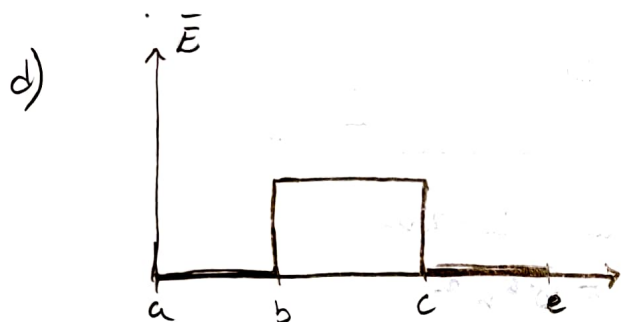
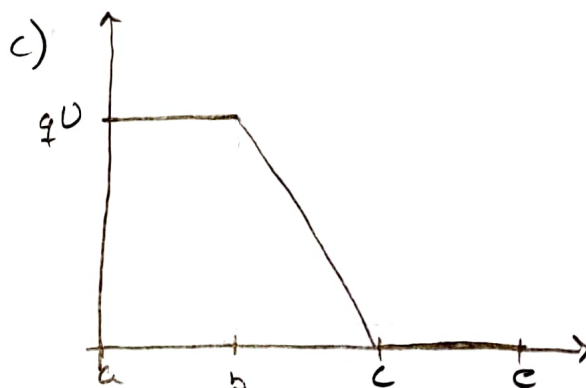
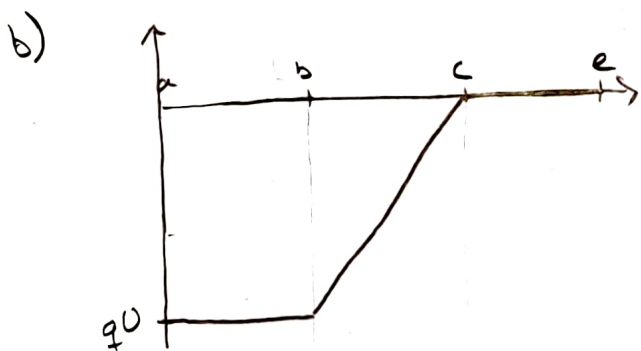


3.) a)  $a-b: 0V$

$a-c: 9V$

$a-e: 9V$



$J = \sigma E$

$E = \rho J$

anter  $\rho = 0$  utorn  
i halvledarstenen

4.) a)  $R = \frac{U}{I} = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{AU}{IL}$

$E = \rho J = \frac{AU}{IL} \cdot \frac{I}{A} = \frac{U}{L} = \frac{1.7 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{8.5 \cdot 10^{-3} V/m}}$

b) Från formelsamling:  $n = 8.45 \cdot 10^{26} m^{-3}$

c)  $J = \frac{I}{A} = \frac{0.5}{1 \cdot 10^{-6}} = 0.5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^5 A/m^2$

d)  $J = n(-e)v_d \Rightarrow v_d = \frac{5 \cdot 10^5}{8.45 \cdot 10^{26} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-19}} \approx 3.69 \cdot 10^{-5} m/s$

e)  $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{IL}{AU} = \frac{0.5 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 1.7 \cdot 10^{-3}} \approx 5.88 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}$

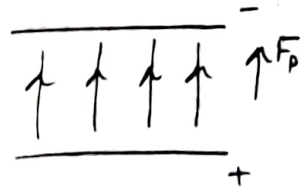
f)  $\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$

$\tau = \frac{\sigma \cdot m}{e^2 \cdot n} = \frac{5.88 \cdot 10^7 \cdot 9.10938 \cdot 10^{-31}}{(1.60218 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 8.45 \cdot 10^{26}} \approx 2.47 \cdot 10^{-14} s$

g)  $\frac{1}{2} m v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT$

$v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38065 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9.10938 \cdot 10^{-31}}} \approx 1.17 \cdot 10^5 m/s$

$$5. a) \mathcal{E} = \frac{U}{d} = \frac{3000}{2 \cdot 10^{-2}} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$



b)  $B$  måste peka i <sup>positiv</sup>  $z$ -riktningen

$$c) \vec{F}_y = e(\mathcal{E} - v_x B_z), \quad \vec{B} = B_z \hat{e}_z$$

$$a_y = \frac{F_y}{m}$$

$$v_y = a_y t = \frac{F_y t}{m}$$

$$s_y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{F_y t^2}{2m}$$

• Vi vill att då  $t = \frac{d}{v_x} \Rightarrow s_y = \frac{d}{2}$

$$\frac{d}{2} = \frac{F_y \cdot d^2}{2m v_x^2} \Rightarrow \frac{2m v_x^2 d}{d^2} = e(\mathcal{E} - v_x B_z)$$

$$-v_x B_z = \frac{m v_x^2 d}{e d^2} - \mathcal{E}$$

$$B_z = -\frac{1}{v_x} \left( \frac{m v_x^2 d}{e d^2} - \mathcal{E} \right) \approx 0.26 \text{ T}$$

fel resonansang. se Hall-effekt

Vi vill sätta

$$F_y = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = v_x B_z$$

$$B_z = \frac{1.5 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^5} \approx 0.3 \text{ T}$$

d) De kommer avlänkas nedåt, ty kraften pga magnetfältet kommer öka.

6.) a)  $310 \cdot \frac{2}{5} \text{ mV} = 124$

b) Mätpunkterna sitter inte mitt emot varandra, alltså möter vi en spänningskillnad i z-riktning.

c) När vi lägger på ett magnetfält ökar spänningen med  $8 - 3,2 = 4,8 \text{ mV}$ . Det är denna spänning vi vill motverka  
 $\Rightarrow U_H = 4,8 \text{ mV}$

d) då  $E = E_H = \frac{U_H}{d} \Rightarrow \vec{F}_x = \vec{F}_E + \vec{F}_B = 0$

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = -q \frac{U_H}{d} \vec{e}_x, \quad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB(-\vec{e}_z) \times (\vec{e}_y) = qvB\vec{e}_x$$

$$\Rightarrow q \frac{U_H}{d} = qvB$$

$$v = \frac{J}{ne} = \frac{I}{Ane}$$

$$\Rightarrow \frac{U_H}{d} = \frac{IB}{Ane}$$

$$n = \frac{dIB}{AU_H e} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^{-3} \cdot 0,16}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 4,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19}} \approx 1,04 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

e)  $J = \sigma E \Rightarrow \sigma = \frac{J}{E} = \frac{I}{A} \cdot \frac{l}{U} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 310 \cdot 10^{-3}} = 403 (\Omega \text{ m})^{-1}$

f)  $\mu_e = \frac{\sigma}{ne} = \frac{403}{1,04 \cdot 10^{21} \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19}} \approx 0,24 \text{ m}^2/\text{Vs}$

g) Positiva laddningsbärare,

laddningarna kommer röra sig i positiv x-riktning, oavsett laddning, och eftersom

spänningen ökar måste vi få en ökning av positiva laddningar, dvs.

det är positiva laddningsbärare i provet.

$$8.) \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(x,y,z) = E \phi(x,y,z)$$

$$\phi(x,y,z) = \phi_x(x) \phi_y(y) \phi_z(z)$$

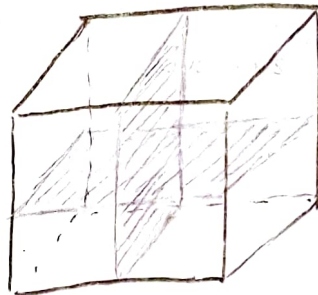
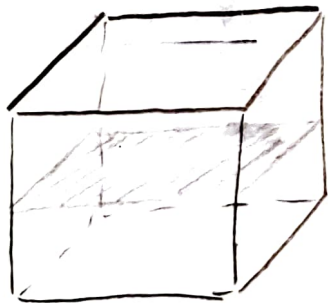
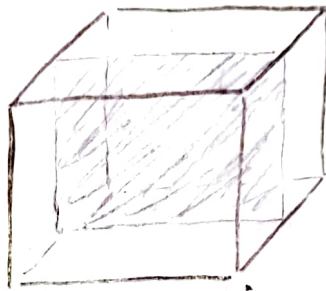
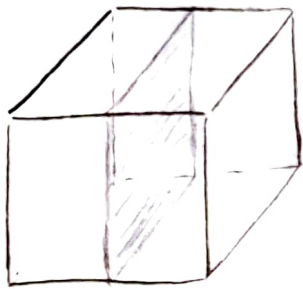
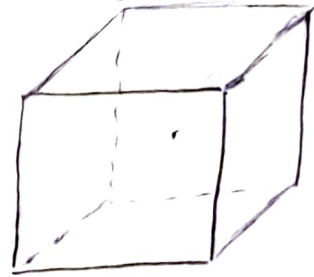
$$\phi_i(i) = A_i \cos(k_i i) + B_i \sin(k_i i), \quad i = x, y, z$$

$$\phi_i(0) = 0 \rightarrow A_i = 0$$

$$\phi_i(L) = 0 \rightarrow k_i L = \pi \cdot n_i \rightarrow k_i = \frac{\pi}{L} n_i$$

$$E = E_x + E_y + E_z = \frac{\hbar^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

grundtillståndet



← ska inte  
vara med  
är 5 lägsta  
tillståndet

$$9.) a) i) E = 8 \cdot \frac{h^2}{8ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$\text{grundtillståndet} \Rightarrow E = 24 \frac{h^2}{8ma^2} = \frac{3h^2}{ma^2}$$

$$ii) E = ?$$

11.) a) Periodiska randvillkor betyder att  $\phi(x) = \phi(x+L)$  ( $\phi^{(k)}(a) = \phi^{(k)}(a+L)$ )

- Vi använder periodiska då vi vill ha plana eller gående/fortskrivande vågor och då
- vi kan ignorera yteffekter som reflektioner.

$$\phi(x) \sim e^{ikx}$$

$$\phi(x) = \phi(x+L) \Rightarrow e^{ikx} = e^{ik(x+L)} \Rightarrow e^{ikL} = 1 \Rightarrow kL = 2\pi n$$

$$k = \frac{2\pi}{L} \cdot n$$

$$b) E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{2\pi \sqrt{2mE}}{h}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$E = E_F = 3,24 \text{ eV} \Rightarrow k \approx 9,2 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda \approx 0,68 \text{ nm}$$

$$E = \frac{E_F}{4} \Rightarrow k \approx 4,61 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda \approx 1,36 \text{ nm}$$

12.) a)  $E = \frac{\hbar^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$ ,  $n_x, n_y$  heltal  $> 0$

b)  $E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2)$ ,  $k_x, k_y = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \pm 2 \cdot \frac{2\pi}{L}, \dots$

c)  $Z(E) = \frac{dS(E)}{dE}$

Arean för en  $k$ -vektor är  $\frac{(2\pi)^2}{L^2}$

Antalet tillstånd  $S(E)$  blir då

$$S(E) = 2 \cdot \underbrace{\pi k^2}_{\text{total area}} \cdot \underbrace{\frac{L^2}{(2\pi)^2}}_{\text{area-1 för varje } k\text{-vektor}} = \frac{2\pi k^2 L^2}{4\pi^2} = \frac{k^2 L^2}{2\pi}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$S(E) = \frac{L^2}{2\pi} \cdot \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{mEL^2}{\pi\hbar^2}$$

$$Z(E) = \frac{dS(E)}{dE} = \frac{mL^2}{\pi\hbar^2} \quad \text{tillståndstäthet vid } E$$

$$Z_{2D}(E) = \frac{Z(E)}{L^2} = \frac{m}{\pi\hbar^2} \quad \text{tillståndstäthet vid } E \text{ per yte enhet}$$

$$d) n = \int_0^{E_F} Z_{2D}(E) dE = \frac{m}{\pi\hbar^2} E_F$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{n\pi\hbar^2}{m}$$

$$13.) F(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

$$a) F(E_F + kT) = \frac{1}{e + 1} \approx 0,27$$

$$b) F(E_F - kT) = \frac{1}{e^{-1} + 1} = 0,73 (= 1 - F(E_F + kT))$$

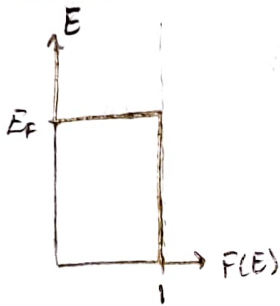
$$c) T = 77 \text{ K}$$

$$F(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} = \frac{99}{100} \quad (1 - F(E) = \frac{1}{100})$$

$$e^{(E-E_F)/kT} = \frac{1}{99}$$

$$E = E_F - kT \ln(99) \approx E_F - 0,03 \text{ eV}$$

14.) a)



$$b) N = \int_0^{\infty} Z(E) F(E) dE$$

där  $Z(E)$  är tillståndstätheten (ej per volymseende)

$$\text{vid } T=0: N = \int_0^{E_F} Z(E) F(E) dE$$

$$c) E_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} Z(E) F(E) E dE$$

$$d) \bar{E}_{\text{medel}} = \frac{E_{\text{tot}}}{N} = \frac{\int_0^{\infty} E Z(E) F(E) dE}{\int_0^{\infty} Z(E) F(E) dE}$$

e) Nej, fri elektron gas, ingen varierande potential och därför ingen kraft.

15.) a) Boltzmann-faktorn:  $e^{-E/kT}$ ,  $P(E) \sim e^{-E/kT}$

Låt  $P(0) \sim e^{-0} = 1$ ,  $\Delta = kT$

$$i) \frac{P(\Delta)}{P(0)} = \frac{e^{-kT/kT}}{1} = \frac{1}{e}$$

$$ii) \frac{P(2\Delta)}{P(0)} = \frac{2e^{-2kT/kT}}{1} = \frac{2}{e^2}$$

$$b) P(9\Delta) = \frac{e^{-2\Delta/kT} + e^{-3\Delta/kT} + 2e^{-4\Delta/kT} + 2e^{-5\Delta/kT} + 4e^{-6\Delta/kT}}{1 + e^{-\Delta/kT} + 2e^{-2\Delta/kT} + 3e^{-3\Delta/kT} + 5e^{-4\Delta/kT} + 7e^{-5\Delta/kT} + 11e^{-6\Delta/kT}}$$

Sannolikheten ökar, det är större sannolikhet att systemet har energier som har det tiende enelektron tillståndet när  $kT = \Delta$

$$16.) a) E_{medel} = \frac{0 \cdot e^{-0/kT} + \Delta \cdot 2e^{-\Delta/kT}}{e^{-0/kT} + 2e^{-\Delta/kT}} = \frac{2\Delta e^{-\Delta/kT}}{1 + 2e^{-\Delta/kT}}$$

$$b) kT \gg \Delta \Rightarrow \frac{\Delta}{kT} \approx 0 \Rightarrow e^{-\Delta/kT} \approx 1$$

$$\Rightarrow E_{medel} = \frac{2\Delta}{1+2} = \frac{2}{3}\Delta$$

$$kT \ll \Delta \Rightarrow e^{-\Delta/kT} \approx 0$$

$$\Rightarrow E_{medel} = 0$$



17.) a) Fermihastigheten  $v_F$  fås ur  $E_F = \frac{m}{2} v_F^2$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}, \quad n = 4.7 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \sqrt{\frac{h^2}{m^2} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}} = \frac{h}{m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3} \approx 1.29 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$b) \frac{1}{2} m v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT \rightarrow v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 1.16 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$c) j = nev_d = \sigma E$$

$$v_d = \frac{\sigma E}{ne} = \frac{1.05 \cdot 10^7 \cdot 0.1}{4.7 \cdot 10^{29} \cdot 1.60218 \cdot 10^{-19}} \approx 1.39 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$d) l = v_F \cdot \tau$$

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m} \rightarrow \tau = \frac{m\sigma}{ne^2}$$

$$l = v_F \cdot \frac{m\sigma}{ne^2} \approx \underline{\underline{1.02 \cdot 10^{-8} \text{ m}}} = \underline{\underline{10.2 \text{ nm}}}$$

e) Enligt formelsamling är det  $3.023 \text{ \AA} = 0.3023 \text{ nm}$  mellan två litium-atomer.

$$\frac{10.2}{0.3023} \approx \underline{\underline{34 \text{ st}}}$$

---

18.)  $Z_{2D}(E) = \frac{m}{\pi \hbar^2}$ , tillståndstäthet vid  $E$  per ytenhet  
(se uppgift 12)

$$\frac{\text{antal tillstånd inom } kT}{\text{antal tillstånd under } E_F} = \frac{\int_{E_F - kT}^{E_F} Z_{2D}(E) dE}{\int_0^{E_F} Z_{2D}(E) dE} = \frac{\frac{m}{\pi \hbar^2}}{\frac{m}{\pi \hbar^2}} \cdot \frac{E_F - (E_F - kT)}{E_F} = \frac{kT}{E_F}$$

$$C_V = \frac{dE_{\text{tot}}}{dT}$$

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{tot}}(T=0) + \underbrace{N \cdot \frac{kT}{E_F}}_{\text{andel } e^- \text{ med extra energi}} \cdot \underbrace{kT}_{\text{deras extra energi}} = E_{\text{tot}}(T=0) + N \frac{(kT)^2}{E_F}$$

$E_{\text{tot}}(T=0)$  är konstant

$$\Rightarrow C_V = \frac{dE_{\text{tot}}}{dT} = 2N \frac{k^2 T}{E_F}$$

19.) a)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$ ,  $n = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$

$$E_F \approx \underline{\underline{7,02 \text{ eV}}}$$

b)  $E_{\text{atom}} = 3n_{\text{atom}} \cdot kT$  (se sida 105)

$$C_V^{\text{atom}} = 3n_{\text{atom}} \cdot k, \quad n_{\text{atom}} = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$C_V^{\text{atom}} = 3 \cdot 8,45 \cdot 10^{28} \cdot 1,38065 \cdot 10^{-23} = 3,50 \cdot 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$$

c) Om de är en klassisk gas

får vi  $E_{\text{klassisk}} = \underbrace{n_{\text{elektron}}}_{= n_{\text{atom}}} \frac{3}{2} kT \Rightarrow C_V^{\text{klassisk}} = \frac{3}{2} \cdot n_{\text{atom}} \cdot k = 1,75 \cdot 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$

d-e) Vi antar att endast elektroner i ett intervall  $kT$  vid Fermi-nivån kan exciteras och bidra till värmekapaciteten.

Då kommer  $C_V = n_e \frac{\pi^2}{2} \frac{k^2 T}{E_F}$  (se sida 104-105)

$$C_V = 8,45 \cdot 10^{28} \frac{\pi^2}{2} \frac{(1,38065 \cdot 10^{-23})^2 \cdot 300}{7,02 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19}} = 2,12 \cdot 10^4 \text{ J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$$

$$\frac{2,12 \cdot 10^4}{3,50 \cdot 10^6} \approx 0,006 = 0,6\%$$

$$20.) \bar{E}_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$$

Vad är  $n$ ?

Vi antar att vi bara har He med molmassan  $m = 4,0026 \text{ g/mol}$

$$m \cdot N_{\text{He}} = M = 0,5 \text{ Mol} \quad (N_{\text{He}} \text{ totala antalet He-atomer})$$

$$N_{\text{He}} = \frac{0,5 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot 10^3}{4,0026} \text{ mol} \approx 2,49 \cdot 10^{32} \cdot N_A \text{ st} \approx 1,50 \cdot 10^{56} \text{ st}$$

Avogadro's konstant

$$n_{\text{He}} = \frac{N_{\text{He}}}{V} \quad (n_{\text{He}} \text{ antalet He-atomer per } m^3)$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\Rightarrow n_{\text{He}} = \frac{N_{\text{He}}}{\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{3N_{\text{He}}}{4\pi R^3} = \frac{3 \cdot 1,50 \cdot 10^{56}}{4\pi \cdot (10^4 \cdot 10^3)^3} \approx 3,57 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{e^-} = 2 \cdot n_{\text{He}} = 7,15 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3} \quad (\text{två elektroner per atom})$$

$$\Rightarrow \bar{E}_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n_{e^-}}{8\pi} \right)^{2/3} \approx \underline{\underline{10^{-14} \text{ J}}}$$

$$\bar{E}_F = kT_F \Rightarrow T_F = \frac{\bar{E}_F}{k} \approx \underline{\underline{7,29 \cdot 10^8 \text{ K}}}$$

$$kT = k \cdot 10^7 \approx 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ J} \ll 10^{-14} \text{ J} = \bar{E}_F$$

Elektroner kan betraktas som en klassisk gas om  $kT \gg \bar{E}_F$  vilket inte gäller här.

Svar  $\bar{E}_F \approx 10^{-14} \text{ J}$

$$T_F \approx 7,29 \cdot 10^8 \text{ K}$$

Elektroner kan inte betraktas som en klassisk gas.

23.) a) Bragg-villkoret

$$n\lambda = 2a \Rightarrow \lambda = \frac{2a}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$b) k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{n}{2a} = \frac{\pi}{a} \cdot n$$

24.) a) Sant      b) Falskt      c) Falskt      d) Falskt

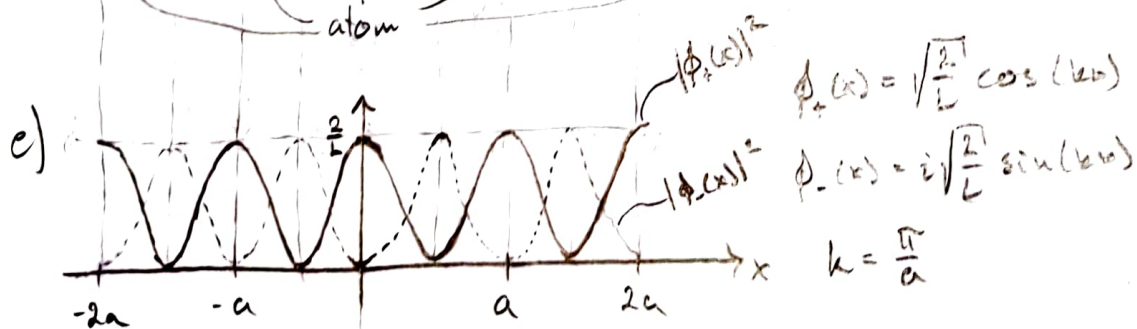
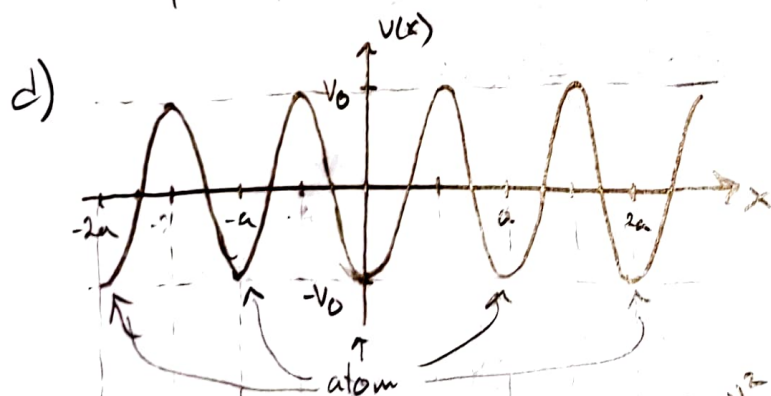
$$25.) a) \rho(x) = |\phi(x)|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx} \right|^2 = \frac{1}{L}$$

$$b) E_{kin} \phi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot (-k^2) \phi(x) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \phi(x)$$

$$\Rightarrow E_{kin} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$c) p \phi(x) = -i\hbar \phi'(x) = -i\hbar \cdot ik \phi(x) = \hbar k \phi(x)$$

$$\Rightarrow p = \hbar k$$



f) Eftersom  $\hat{p}\phi_{\pm}(x) = \hbar k\phi_{\pm}(x)$  är inte  $\phi_{\pm}$  egenfunktioner till  $\hat{p}$  därför bestäms rörelsemängden av  $\langle p \rangle$ , en mätning ger en fördelning av resulterande värden,  $\langle p \rangle$  är medelvärde/väntevärde.

$$\begin{aligned}
 25.) f) \langle \hat{p} \rangle_+ &= \int_0^L \phi_+^* \hat{p} \phi_+ dx = \frac{2}{L} \int_0^L \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \hat{p} \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = \\
 &= i\hbar \frac{\pi}{a} \frac{2}{L} \int_0^L \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = i\hbar k \frac{1}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx = \\
 &= i\hbar k \frac{1}{L} \left[ -\frac{a}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \right]_0^L = \frac{i\hbar k}{2\pi} \frac{a}{L} (1 - \cos(2\pi \frac{L}{a})) = \left\{ N a \cdot a = L \Leftrightarrow \frac{L}{a} = N a \right\} \\
 &= \frac{i\hbar k}{2\pi} \cdot \frac{a}{L} (1 - \underbrace{\cos(2\pi N a)}_{=1 \text{ ty } N a \text{ heltal}}) = 0
 \end{aligned}$$

$$\langle \hat{p} \rangle_- = \int_0^L \phi_-^* \hat{p} \phi_- dx = -i\hbar \frac{\pi}{a} \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = \dots = 0$$

$$g) E_{kin} \phi_{\pm} = -\frac{\hbar^2}{2m} \phi_{\pm}''(x) = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \phi_{\pm}(x) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \phi_{\pm}(x)$$

$$\Rightarrow E_{kin} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

h) Återigen måste  $\langle V \rangle$  användas ty  $\phi_{\pm}$  är inte egenfunktioner till  $V(x) = -V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$ .

$$\begin{aligned}
 \langle V \rangle_+ &= \frac{2}{L} \int_0^L \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) (-V_0) \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = \\
 &= -V_0 \frac{2}{L} \int_0^L \cos^2\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx = -V_0 \frac{1}{L} \int_0^L (1 + \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)) \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx = \\
 &= -V_0 \frac{1}{L} \int_0^L \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) + \frac{1}{2} (1 + \cos\left(\frac{4\pi}{a}x\right)) dx =
 \end{aligned}$$

$$= -V_0 \frac{1}{L} \left[ \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi}{a}x\right) \right]_0^L = -V_0 \frac{1}{L} \cdot \frac{L}{2} = \underline{\underline{-\frac{V_0}{2}}}$$

$$\begin{aligned}
 \langle V \rangle_- &= \frac{2}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) (-V_0) \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) dx = -V_0 \frac{1}{L} \int_0^L (1 - \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)) \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right) dx = \\
 &= -V_0 \frac{1}{L} \left[ \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{a}x\right) - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi}{a}x\right) \right]_0^L = -V_0 \frac{1}{L} \cdot \left(-\frac{L}{2}\right) = \underline{\underline{\frac{V_0}{2}}}
 \end{aligned}$$

i) Bandgapet är skillnaden i energi mellan  $\phi_+$  och  $\phi_-$ . Eftersom båda har samma kinetiska energi ges bandgapet av skillnaden i potentiell energi, dvs.  $\frac{V_0}{2} - \left(-\frac{V_0}{2}\right) = \underline{\underline{V_0}}$

$$26.) a) -\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(x) = E \phi(x)$$

$$\phi''(x) = -\frac{2mE}{\hbar^2} \phi(x), \quad \text{Låt } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\Rightarrow \phi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$$

$$\phi(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\phi(L) = 0 \Rightarrow \sin(kL) = 0$$

$$kL = \pi \cdot n \Rightarrow k_n = \frac{\pi}{L} \cdot n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$1 = \int_0^L \phi_n^* \phi_n dx \Rightarrow B = \frac{1}{\sqrt{L}}$$

$$\Rightarrow \phi_n^0(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sin(k_n x), \quad k_n = \frac{\pi}{L} \cdot n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$E_n^0 = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{8mL^2} \cdot n^2$$

$$b) \langle \phi_n^0 | \phi_m^0 \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L} \cdot n\right) \sin\left(\frac{\pi x}{L} \cdot m\right) dx =$$

$$= \frac{1}{(2i)^2 L} \int_0^L \left( e^{\frac{i\pi x n}{L}} - e^{-\frac{i\pi x n}{L}} \right) \left( e^{\frac{i\pi x m}{L}} - e^{-\frac{i\pi x m}{L}} \right) dx =$$

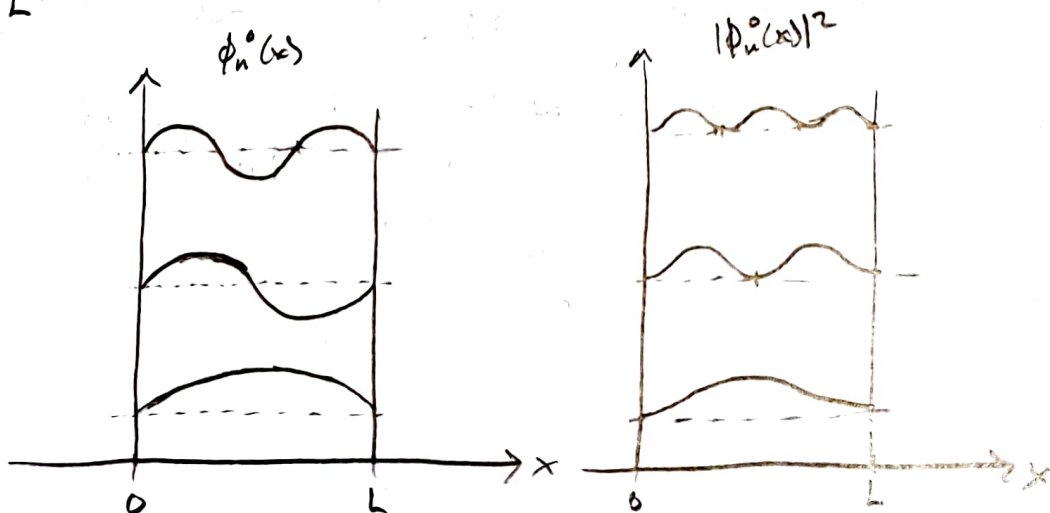
$$= -\frac{1}{4L} \int_0^L e^{\frac{i\pi x}{L}(n+m)} - e^{\frac{i\pi x}{L}(n-m)} - e^{-\frac{i\pi x}{L}(n-m)} + e^{-\frac{i\pi x}{L}(n+m)} dx =$$

$$= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{e^{\frac{i\pi x}{L}(n-m)} - e^{-\frac{i\pi x}{L}(n-m)}}{2} - \frac{e^{\frac{i\pi x}{L}(n+m)} + e^{-\frac{i\pi x}{L}(n+m)}}{2} dx =$$

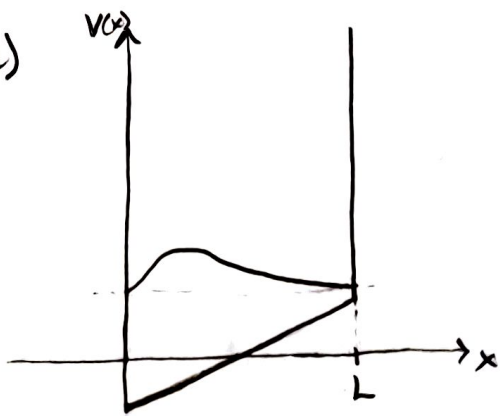
$$= \frac{1}{L} \int_0^L \cos\left(\frac{\pi x}{L}(n-m)\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{L}(n+m)\right) dx =$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{n-m} \sin\left(\frac{\pi x}{L}(n-m)\right) - \frac{1}{n+m} \sin\left(\frac{\pi x}{L}(n+m)\right) \right]_0^L = 0 \quad \text{ty } n \neq m \text{ heltal} \\ \text{och } n \neq -m$$

c)



26.) d)



e) Första ordningens störningsräkning

$$\langle H \rangle_n \approx \langle \phi_n^0 | H_0 + H | \phi_n^0 \rangle = \langle \phi_n^0 | H_0 | \phi_n^0 \rangle + \langle \phi_n^0 | V | \phi_n^0 \rangle$$

$$\langle \phi_n^0 | H_0 | \phi_n^0 \rangle = E_n^0$$

$$\langle \phi_n^0 | V | \phi_n^0 \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L} n\right) e E(x - \frac{L}{2}) dx =$$

$$= \frac{e E}{2L} \int_0^L \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L} n\right)\right) (x - \frac{L}{2}) dx =$$

$$= \frac{e E}{2L} \left[ \left(x - \frac{L}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} n\right)\right) \left(x - \frac{L}{2}\right) \right]_0^L - \frac{e E}{2L} \int_0^L x - \frac{L}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi x}{L} n\right) dx =$$

$$= \frac{e E}{2L} \left[ \frac{L^2}{2} - \frac{e E}{2L} \left[ \frac{x^2}{2} + \frac{L^2}{(2\pi n)^2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} n\right) \right]_0^L \right] =$$

$$= \frac{e E L}{4} - \frac{e E}{2L} \left[ \frac{L^2}{2} + \frac{L^2}{(2\pi n)^2} (\cos(2\pi n) - 1) \right] = \frac{e E L}{4} - \frac{e E L}{4} = 0$$

$\Rightarrow \langle H \rangle_n = E_n$  enligt första ordningens störningsräkning.

f) i)  $\phi_1^0 + \phi_2^0$  är förmodligen bäst. I d) ändrades lägsta tillståndets sannolikhetsstäthet genom att öka i  $0 < x < \frac{L}{2}$  och minska i  $\frac{L}{2} < x < L$  jämfört med det oströrda tillståndet. Samma förändring sker när vi adderar  $\phi_2^0$  till  $\phi_1^0$ .

$$26. g) \phi_1 = c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0$$

$$(H_0 + H') \phi_1 = E_1 \phi_1$$

$$(H_0 + H')(c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0) = E_1 (c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0)$$

$$1) \int_0^L \phi_1^0 H_0 (c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0) dx + \int_0^L \phi_1^0 H' (c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0) dx = \int_0^L \phi_1^0 E_1 (c_1 \phi_1^0 + c_2 \phi_2^0) dx$$

$$= c_1 E_1^0 \text{ by } \phi_1^0 \perp \phi_2^0 \qquad = c_1 E_1 \text{ ty } \phi_1^0 \perp \phi_2^0$$

$$c_1 E_1^0 + c_1 \underbrace{\int_0^L \phi_1^0 H' \phi_1^0 dx}_{=0 \text{ från e)}} + c_2 \underbrace{\int_0^L \phi_1^0 H' \phi_2^0 dx}_{=C} = c_1 E_1$$

$$\Rightarrow c_1 E_1^0 + c_2 C = c_1 E_1$$

2) PSS som ovan får vi

$$c_2 E_2^0 + c_1 C = c_2 E_1$$

$$\begin{cases} c_1 E_1^0 + c_2 C = c_1 E_1 \\ c_2 E_2^0 + c_1 C = c_2 E_1 \end{cases}$$

$$h) A = \begin{bmatrix} E_1^0 & C \\ C & E_2^0 \end{bmatrix}$$

$$(A - IE_1) \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(A - IE_1) = \begin{vmatrix} E_1^0 - E_1 & C \\ C & E_2^0 - E_1 \end{vmatrix} = E_1^0 E_2^0 - E_1^0 E_1 - E_2^0 E_1 + E_1^2 - C^2 = 0$$

$$E_1^2 - E_1(E_1^0 + E_2^0) + E_1^0 E_2^0 - C^2 = 0$$

$$E_1 = \frac{E_1^0 + E_2^0}{2} \pm \sqrt{\frac{E_1^0 + E_2^0}{4} + \frac{E_1^0 E_2^0 - C^2}{4}}$$

$$E_1 = \frac{E_1^0 + E_2^0}{2} \pm \sqrt{\frac{(E_1^0 - E_2^0)^2}{4} + C^2}$$



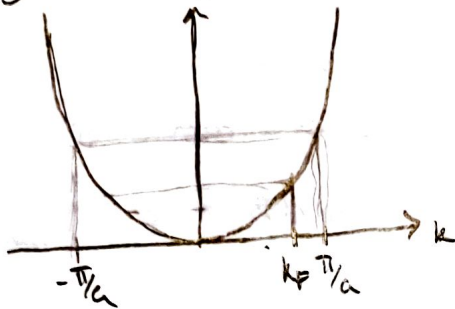
$$27.) a) E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m \lambda_F^2}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m \lambda_F^2} \quad n = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$\lambda_F = \left( \frac{8\pi}{3n} \right)^{1/3} \approx \underline{\underline{4,63 \cdot 10^{-10} \text{ m}}}$$

$$b) k_F = \frac{2\pi}{\lambda_F} \approx 1,34 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

Braggreflektion vid  $\frac{\pi}{a} \approx 1,50 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$



c) Kopper är en metall.

28.) a) likt uppgift 12 fast nu 1D istället för 2D

$$S(E) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{spinn}}}{2} \frac{\text{antal } k}{\text{längd per } k} = 2 \cdot \frac{2k}{\frac{2\pi}{L}} = \frac{2k}{\pi} \cdot L = \left\{ E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right\} = \frac{2L}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

↑  
antal  
tillstånd

$$S(E) = \frac{2\sqrt{2m}}{\pi\hbar} \sqrt{E} \quad (\text{antal tillstånd per } eV)$$

$$Z(E) = \frac{dS(E)}{dE} = \frac{\sqrt{2m}}{\pi\hbar} \frac{1}{\sqrt{E}}$$

$$n = \int_0^{E_F} Z(E) dE = \frac{\sqrt{2m}}{\pi\hbar} \int_0^{E_F} \frac{1}{\sqrt{E}} dE = \frac{\sqrt{2m}}{\pi\hbar} \cdot 2\sqrt{E_F}$$

$$\Rightarrow E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2 \cdot n^2}{8m} \quad n \text{ är antal elektroner per } m^3$$

$$n = \frac{Z}{a} \Rightarrow E_F = \frac{\pi^2 \hbar^2 Z^2}{8ma^2} = \frac{\hbar^2 Z^2}{82ma^2}$$

$$Z=3 \Rightarrow E_F = 13,54 \text{ eV}$$

$$Z=4 \Rightarrow E_F = 24,07 \text{ eV}$$

28.1 b)  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  i FEM

De energier som splittras pga av den periodiska potentialen är de med  $k = \frac{\pi}{a} \cdot n$

(Braggreflektion:  $n\lambda = 2a \rightarrow \lambda = \frac{2a}{n}$ )  
 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{2a}{n}} = \frac{\pi}{a} \cdot n$

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} \cdot n^2 = \frac{\hbar^2}{8ma^2} \cdot n^2$$

$$n=1 \rightarrow E = 6,02 \text{ eV}$$

$$n=2 \rightarrow E = 24,07 \text{ eV}$$

c) I fallet med  $z=4$  har vi en isolator ty  $E_F$  kommer ligga mitt i bandgapet och vi kommer då ha två fulla band.

d) Aluminium har 3 valenselektroner medan kisel har 4 st.

Aluminium är en metall

Kisel är en isolator/halvledare.

---

29.) a)  $\hbar k' = \hbar k - \hbar k_{\text{fonon}}$

$$k' \approx -k_F, \quad k \approx k_F$$

$$\Rightarrow k_{\text{fonon}} \approx 2k_F$$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}, \quad n = 8.45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{k_F^2}{4\pi^2} = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$$

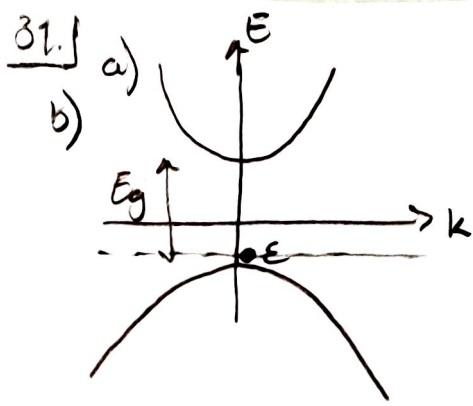
$$k_F = \sqrt{4\pi^2 \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}} \approx 1.36 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

$$\Rightarrow k_{\text{fonon}} \approx 2k_F \approx \underline{\underline{2.72 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}}}$$

$$b) E_{\text{fonon}} = \hbar \omega_{\text{fonon}} = \hbar \cdot 2\pi f_{\text{fonon}} = \hbar \cdot 2\pi \cdot \frac{v}{\lambda_{\text{fonon}}} = \hbar v k_{\text{fonon}} \approx 0.064 \text{ eV} = 64 \text{ meV}$$

$$c) \frac{E_{\text{fonon}}}{E_F} = \frac{E_{\text{fonon}}}{\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}} \approx 0.0091 = \underline{\underline{0.91\%}}$$

30.)



32.1 a) Gapet runt 0-1 eV

b) Indirekt bandgapet. Inte lämpligt för halvledarlaser eller lysdioder ty indirekta bandgapet sänker sannolikheten att elektroner hoppar mellan banden. Antingen behövs högre energi eller en fonon också.

c)  $E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$ ,  $n_{Si} = 4.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$

$\Rightarrow E_F = 12,47 \text{ eV}$

d)  $E_F$  ligger ungefär mitt i bandgapet vilket tyder på att Si är en halvledare. lågsta energi  
↓  
(-12 + 12,47)  
↑  
Fermi energi

( $E_F$  motsvarar ungefär bredden av det fyllda bandet i figuren)

$$33.) a) \frac{1}{m_e^*} = \frac{1}{\hbar^2} \left. \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot 2A$$

$$\Rightarrow m_e^* = \hbar^2 \cdot \frac{1}{2A} = 2,27 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \approx 0,25 m_0$$

$$b) \frac{1}{m_h^*} = -\frac{1}{\hbar^2} \left. \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} = \frac{1}{\hbar^2} \cdot 2B$$

$$\Rightarrow m_h^* = \hbar^2 \cdot \frac{1}{2B} \approx 5,42 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \approx 0,60 m_0$$

$$m_e^* = -m_h^* \approx 0,60 m_0$$

c)  $E_g = E_c - E_v = 1,5 \text{ eV}$   
Bandgapet är indirekt.

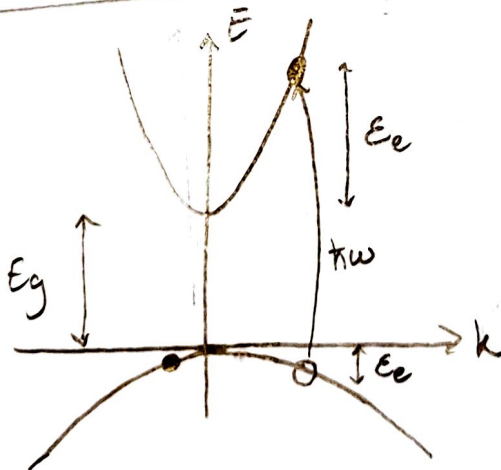
d)  $E = E_{kin} + E_{pot} = E_c + 30 \text{ meV} \Rightarrow E_{kin} = \underline{\underline{30 \text{ meV}}}$

$$E_{kin} = \frac{m_e^* \cdot v_e^2}{2}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_e^*}} \approx \underline{\underline{2,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}}}$$

$$p_e = m_e^* v_e = \underline{\underline{4,67 \cdot 10^{-26} \text{ kg m/s}}}$$

34.) a)



$$b) E_e = E_{pot} + \epsilon_e = E_c + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right|_{k=0} k^2, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = \frac{\hbar^2}{m_e^*}$$

$$\Rightarrow \epsilon_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

$$PSS \Rightarrow \epsilon_h = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}$$

$$\hbar\omega = E_g + \epsilon_h + \epsilon_e = E_g + \left( \frac{\hbar^2}{2m_h^*} + \frac{\hbar^2}{2m_e^*} \right) k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\hbar\omega + E_g} \cdot \frac{1}{\hbar \sqrt{\frac{1}{2m_e^*} + \frac{1}{2m_h^*}}}$$

34.) c) 
$$k = \sqrt{\hbar\omega - E_g} \frac{1}{\hbar \sqrt{\frac{1}{2m_e^*} + \frac{1}{2m_h^*}}}$$

$$\hbar\omega = 0,50 \text{ eV}$$

$$E_g = 0,23 \text{ eV}$$

$$m_e^* = 0,014 m_0, \quad m_h^* = 0,40 m_0$$

$$\Rightarrow k = \underline{\underline{3,1 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}}}$$

$$E_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} = 0,26 \text{ eV}, \quad E_h = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} = 0,0091 \text{ eV} = 9,1 \text{ meV}$$

35] a)  $E_g \approx 5 \text{ eV}$

b) störst i x

$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} = e\tau \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \quad \text{störst lutning i x.}$$

c)  $k_{BZ} = \frac{\pi}{a} = \frac{\pi}{0,18 \cdot 10^{-9}} \approx 1,75 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$

d)  $\langle p \rangle = m v_g$

$$v_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} = 0 \quad \text{i tillstånd } \beta$$

$$\Rightarrow \langle p \rangle = 0$$

36.] a) Svar D, G (och C)

Absorption är väldigt låg för bandgapenergin och ökar först då fotonenergin ökar mycket

b) Synligt ljus  $\lambda = 390 - 700 \text{ nm}$

390 nm har högst energi, så om ljus med  $\lambda = 390 \text{ nm}$  passerar/öj absorberas kommer inte något annat synligt ljus heller göra det.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \approx 3,18 \text{ eV}$$

För att H ska absorbera ljus måste

$$E_{\text{foton}} > 3,4 \text{ eV}$$

Resterade halvledare absorberar ljus vid  $\lambda = 390 \text{ nm}$

$$\lambda = 700 \text{ nm} \Rightarrow E_{\text{foton}} \approx 1,77 \text{ eV}$$

$\Rightarrow G$  är genomskinlig för vissa våglängder i det synliga spektrat ( $E = 2,25 \Rightarrow \lambda \approx 550 \text{ nm}$ )

Sven H för allt synligt ljus och

G för  $\lambda > 550 \text{ nm}$

$$37.) a) p = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT}$$

$$\frac{E_F - E_v}{kT} = \ln\left(\frac{N_v}{p}\right)$$

$$E_F = E_v + kT \ln\left(\frac{N_v}{p}\right)$$

$$p = 10^{19} \text{ m}^{-3}, \quad N_v = 13,883 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}, \quad T = 293 \text{ K}$$

$$\Rightarrow E_F = E_v + 0,357 \text{ eV} \quad \Leftrightarrow \underline{E_F - E_v = 0,357 \text{ eV}}$$

$$b) n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT}$$

$$N_c = 3,2109 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$$

$$E_c - E_F = E_c - E_F + E_v - E_v = (E_c - E_v) - (E_F - E_v) = E_g - 0,357 \text{ eV}$$

$$E_g = 1,12 \text{ eV} \quad \Rightarrow E_c - E_F = 0,763 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow n \approx 2,42 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

$$c) n \cdot p = n_i^2, \quad n_i = 1,5566 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} \approx 2,42 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

$$38.) a) \sigma = p e \mu_h \quad (\text{antar } n \approx 0 \text{ i mättnadsområdet} \\ (n \ll p))$$

$$\Rightarrow p = \frac{\sigma}{e \mu_h} = \frac{1}{\rho e \mu_h}$$

I mättnadsområdet är  $n \ll p$  och vi kan anta att  $p = N_A$

$$N_A = p = \frac{1}{\rho e \mu_h} = \frac{1}{10 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0,05} \approx 1,25 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

$$b) \sigma = n e \mu_e + p e \mu_h$$



$$\underline{38.} \text{ c) } \frac{\mu_e}{\mu_h} = 10 \Leftrightarrow \mu_e = 10 \mu_h$$

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h = (10n + p) e \mu_h$$

$$\Rightarrow \mu_h = \frac{\sigma}{(10n + p) e}$$

$$\sigma = 0,455 (\Omega \text{m})^{-1}, \quad n = 10^{19} \text{ m}^{-3}, \quad p = 10^{23} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow \mu_h \approx 0,014 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\mu_e \approx 0,14 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

$$\text{d) } n_i = \sqrt{n \cdot p} = \sqrt{10^{39}} \approx 3,16 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

Bandgapet borde vara mindre än för Si

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT}$$

dvs. större bandgap  $\Rightarrow$  lägre  $n_i$

$n_i \approx 3,16 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$  för halvledaren i c).

$$n_i^2 = n \cdot p$$

för p-dopad kisel är  $p \gg n$

$$\Rightarrow p > n_i \quad \text{dvs. } n_i < 1,25 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

alltså borde Si ha större bandgap.

---

39.]  $a_0^* = a_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{m}{m_e^*}$ ,  $a_0 = 0,528 \text{ nm}$

GaAs:  $\epsilon_r = 12,4$ ,  $\frac{m_e^*}{m} = 0,066$

$\Rightarrow a_0^* \approx 9,92 \text{ nm}$

Volymen ett donator tillstånd tar upp är

$$V = \frac{4\pi a_0^{*3}}{3}$$

Överlapp sker då dessa volymer ligger intill varandra, det ger en koncentration

$$N_D = \frac{1}{V} = \frac{3}{4\pi a_0^{*3}} \approx 2,45 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$$

40.] a)  $n = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$

$$E_C - E_F = kT \ln\left(\frac{N_C}{n}\right)$$

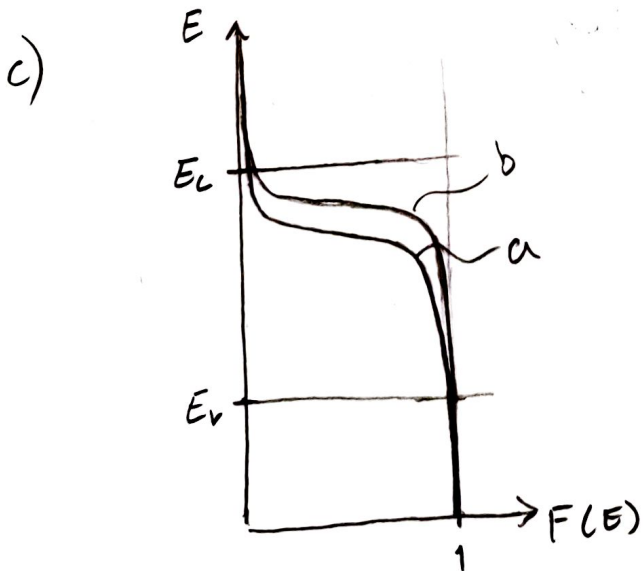
$n = 10^{19} \text{ m}^{-3}$ , antag  $T = 293 \text{ K}$

$$N_C = 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_e^*}{m} \cdot \frac{T}{300}\right)^{3/2}$$

Si:  $\frac{m_e^*}{m} = 0,26$

$\Rightarrow E_C - E_F \approx \underline{\underline{0,32 \text{ eV}}}$

b)  $n = 10^{20} \text{ m}^{-3} \Rightarrow E_C - E_F = 0,26 \text{ eV}$



41.) a)  $\sigma = ne\mu_e \Rightarrow \mu_e = \frac{\sigma}{ne} = \frac{1}{\rho ne} = -\frac{R_H}{\rho} \approx 0,043 \text{ m}^2/\text{Vs}$

b)  $R_H = -\frac{1}{ne} \Rightarrow n = -\frac{1}{eR_H}$

$n = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$ ,  $N_C = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot \left(\frac{m_e^*}{m} \cdot \frac{T}{300}\right)^{3/2}$ ,  $\frac{m_e^*}{m} = 0,26$  för Si

$-\frac{1}{eR_H} = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$

$\frac{E_C - E_F}{kT} = \ln(-eR_H N_C)$

$E_C - E_F = kT \ln(-eR_H N_C)$

$T = 300 \text{ K} \Rightarrow E_C - E_F \approx 0,138 \text{ eV}$

Sver ungefär 0,138 eV under ledningsbändkanten

c)  $F(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/kT} + 1}$

$F(E_C) = \frac{1}{e^{(E_C - E_F)/kT} + 1} \approx 0,0048 = \underline{\underline{0,48\%}}$

d) Vi kan i princip ignorera Pauli-principen

42.) a)  $n = \frac{10^{23}}{2} = 5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$

b)  $E_F = E_D$  där  $E_D$  är donatornivån, ty det är 50% chans att ett tillstånd vid energin  $E_D$  är besatt.

c) Vi antar  $N_C \approx 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$  dvs. vi har antagit vakuummassan vid  $T = 300 \text{ K}$

$n = N_C e^{-(E_C - E_D)/kT} \Rightarrow \frac{E_C - E_D}{kT} = \ln \frac{N_C}{n} \Rightarrow T = \frac{E_C - E_D}{k \ln(\frac{N_C}{n})}$

i)  $E_C - E_D = 0,05 \text{ eV} \Rightarrow T \approx 93 \text{ K}$

ii)  $E_C - E_D = 0,05 \text{ eV} \Rightarrow T \approx 373 \text{ K}$

43.) a)  $\alpha = \frac{3}{2} kT$ , dvs. den kinetiska medelenergin  
 ( $\frac{E_g}{2}$  är den potentiella energin)

b)  $E_{tot} = n \cdot (E_g + \alpha)$



b)  $\frac{1}{\rho} = n e \mu_e + p e \mu_h$

$p = 0$  ty hålen acceptorerna kan inte joniseras

$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = n e \mu_e \Rightarrow n = \frac{1}{\rho e \mu_e}$

Si-prövet dopades på ett sådant sätt att

$n = N_D \Rightarrow \rho = 0,05 \Omega m$

$N_D = \frac{1}{0,05 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0,15} \approx 8,3 \cdot 10^{20} m^{-3}$

I verkligheten kommer inte  $n = N_D$  ty acceptorerna "tar" en del av elektronerna

dvs. vi har  $n = N_D - N_A \Rightarrow \rho = 0,06 \Omega m$

$N_D - N_A = \frac{1}{0,06 \cdot 1,60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0,15}$

$\Rightarrow N_A = (8,3 - 6,9) \cdot 10^{20} = 1,4 \cdot 10^{20} m^{-3}$

Svar  $N_D = 8,3 \cdot 10^{20} m^{-3}$

$N_A = 1,4 \cdot 10^{20} m^{-3}$

45.] a) Vi befinner oss i det intrinsiska området

$$\text{d\u00e5 g\u00e4ller } n = p = n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT}$$

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h = n_i e (\mu_e + \mu_h)$$

F\u00f6r Ge \u00e4r  $\mu_e = 0,360 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ,  $\mu_h = 0,180 \text{ m}^2/\text{Vs}$

$$\sigma = e (\mu_e + \mu_h) \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT}$$

$$\frac{E_g}{2kT} = \ln \left( \frac{e (\mu_e + \mu_h) \sqrt{N_c N_v}}{\sigma} \right)$$

$$\Rightarrow E_g = 2kT \ln \left( \frac{e (\mu_e + \mu_h) \sqrt{N_c N_v}}{\sigma} \right)$$

$$N_c = 2,5 \cdot 10^{25} \left( \frac{m_e^*}{m} \cdot \frac{T}{300} \right)^{3/2} \quad \frac{m_e^*}{m} = 0,22 \text{ f\u00f6r Ge}$$

$$N_v = 2,5 \cdot 10^{25} \left( \frac{m_h^*}{m} \cdot \frac{T}{300} \right)^{3/2} \quad \frac{m_h^*}{m} = 0,31 \text{ f\u00f6r Ge}$$

$$T = 400 \text{ K} \Rightarrow \sigma \approx 1 (\Omega \text{ cm})^{-1} = 10 (\Omega \text{ m})^{-1}$$

$$E_g(T=400\text{K}, \sigma=10 (\Omega \text{ m})^{-1}) \approx \underline{\underline{0,74 \text{ eV}}}$$

b) Vi ser en del av det m\u00e4ttade området f\u00f6r n\u00e4gra, detta beror p\u00e5 att de har en annan dopkoncentration.

c) Dessa befinner sig i det m\u00e4ttade området vid temperaturer 250 K - 300 K i figuren. Efter 300 K kommer vi in i det intrinsiska området. Vid 300 K borde allts\u00e5 det g\u00e4lla att

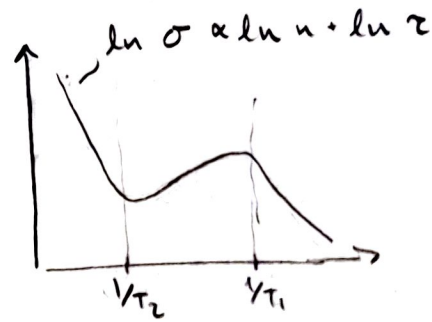
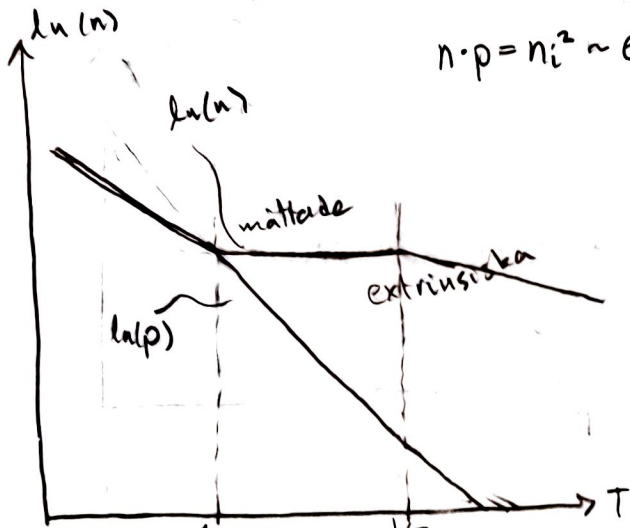
$$n = N_D = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT} \approx \underline{\underline{2,1 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}}}$$

alt. l\u00e4s av fr\u00e5n figuren

$$\text{Om n-dopat: } N_D = \frac{\sigma}{e \mu_e} = \frac{10 \cdot 10^{-1,5}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0,360} \approx 5,5 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Om p-dopat: } N_A = \frac{\sigma}{e \mu_h} = \frac{10 \cdot 10^{-1,5}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0,180} \approx 1,1 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

46.) a) Si dopat med P  $\rightarrow$  n-dopat  
 $n \cdot p = n_i^2 \sim e^{-E_g/kT} \rightarrow p \sim \frac{e^{-E_g/kT}}{n}$ , n olika i olika områden



b) Vi vill  $1/T_2$  att halvledaren ska arbeta i det mättade området.

c) För  $T_1$  får vi  
 $N_0 = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_d/2kT_1}$

$$\frac{E_d}{2kT_1} = \ln \frac{\sqrt{N_c N_v}}{N_0} \Rightarrow T_1 = \frac{E_d}{2k} \frac{1}{\ln \left( \frac{\sqrt{N_c N_v}}{N_0} \right)}$$

För  $T_2$

$$N_0 = n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT_2}$$

$$\rightarrow T_2 = \frac{E_g}{2k} \frac{1}{\ln \left( \frac{\sqrt{N_c N_v}}{N_0} \right)}$$

(egentligen beror även  $N_c$  och  $N_v$  på  $T$ , men det beror mest är inte lika starkt.)

$$N_0 = 10^{23} \text{ m}^{-3} \text{ antag } N_c = N_v = 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$E_g = 1,12 \text{ eV}, E_r = 11,8, \frac{m_e}{m} = 0,26 \text{ för Si.}$$

$$E_d = 0,045 \text{ eV för fosfor i kisel}$$

$$\Rightarrow T_1 \approx 47 \text{ K}$$

$$T_2 \approx 1180 \text{ K}$$

47.) a)  $Z_n(E) = C \sqrt{E_V - E}$ ,  $C = \frac{4\pi V (2m_n^*)^{3/2}}{h^3}$ ,  $m_n^* = 0,69m$  (for Si)  
 $V = 1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$

$$N = \int_{E_V - 3kT}^{E_V} C \sqrt{E_V - E} dE = C \left[ \frac{2}{3} (E_V - E)^{3/2} \right]_{E_V - 3kT}^{E_V} =$$

$$= \frac{2}{3} C (E_V - E_V + 3kT)^{3/2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4\pi V (2 \cdot 0,69m)^{3/2}}{h^3} \cdot (3kT)^{3/2}$$

$$\approx 1,1 \cdot 10^{13} \cdot T^{3/2} \approx 5,6 \cdot 10^{16} \text{ vid } T = 300 \text{ K}$$

b) Vi antar mättnad  $\Rightarrow p = N_A \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$   
 antal hål  $N_h = p \cdot V = 10^{22} \cdot 10^{-9} = 10^{13} \text{ st.}$

c) Ja. Pauliprincipen spelar inte roll

$$\frac{10^{13}}{5,6 \cdot 10^{16}} \approx 1,78 \cdot 10^{-4} = 0,0178\% \text{ av tillstånden är besatta}$$

d) Eftersom vi kan betrakta hålen som en klassisk gas har vi

$$\lambda = v_{th} \cdot \tau$$

$$\tau = \frac{m_n^*}{e} \mu_n = \frac{0,69m}{e} \mu_n, \quad \mu_n = 0,048 \text{ m}^2/\text{Vs} \text{ för Si}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_n^* v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{0,69m}}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{3kT}{0,69m}} \cdot \frac{0,69m}{e} \mu_n = \sqrt{3 \cdot 0,69m kT} \cdot \frac{\mu_n}{e}$$

$$\lambda \approx \underline{\underline{26 \text{ nm}}}$$

48.) Absorption startar ungefär vid  $\lambda = 1850 \text{ nm}$

Det ger

$$E_g = \frac{hc}{\lambda} \approx \underline{\underline{0.67 \text{ eV}}}$$

49.) a) Falsket

b) Sant,  $\mu_{ph} \sim \tau_{ph} \sim T^{-3/2}$

c) Falsket,  $\mu_{imp} \sim \tau_{imp} \sim \frac{T^{3/2}}{N}$

d) Sant

50.) a) Svar B

$$x_p \cdot N_A = x_n \cdot N_D \Rightarrow x_p = \frac{N_D}{N_A} \cdot x_n = 10 x_n$$

n-sidan till höger och p-sidan till vänster,  
i utarmningsområdet är n-sidan positivt laddad

b)  $\rho(x^-) = -eN_A$ ,  $\rho(x^+) = eN_D$

c)  $x_n = 87 \text{ nm}$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \quad \epsilon_r = 11.8 \text{ för Si}$$

$$\int_0^{x_n} \frac{d^2\psi}{dx^2} dx = \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=x_n} - \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x=0} = \int_0^{x_n} -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} dx$$

$$\underbrace{-E(x_n)}_{=0} + E(0) = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x_n$$

$$E(0) = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x_n \approx \underline{\underline{-1.33 \text{ MV/m}}}$$

(minustecknet  
anger endast  
riktning)

Svar  $|E(0)| \approx 1.33 \text{ MV/m}$



$$51.) I = I_0(e^{eU/kT} - 1)$$

$$U = -10 \text{ V} \Rightarrow I = -10 \text{ nA} \approx -I_0 \quad \text{dus. } I_0 = 10 \text{ nA}$$

$$a) U = 0.1 \text{ V} \Rightarrow I \approx 4.69 \cdot 10^{-7} \text{ A} = 0.469 \text{ } \mu\text{A}$$

$$b) U = 0.3 \text{ V} \Rightarrow I \approx 1.10 \text{ mA}$$

$$c) U = 0.5 \text{ V} \Rightarrow I \approx 2.51 \text{ A}$$

$$52.) I = I_0(e^{eU/kT} - 1)$$

$$U = U_1 = 0.7 \text{ V} \Rightarrow I = I_1 = 1 \text{ mA} \quad (\text{egentligen } j = \frac{1}{100} \text{ mA}/\mu\text{m}^2)$$

$$\begin{cases} I_1 = I_0(e^{eU_1/kT} - 1) \\ I_2 = I_0(e^{eU_2/kT} - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 = 100 I_1 \\ \Rightarrow \begin{cases} 1 = e^{eU_1/kT} - 1 \\ 100 = e^{eU_2/kT} - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{kT}{e} \ln(2) \\ U_2 = \frac{kT}{e} \ln(101) \end{cases} \end{cases}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{101}{2}\right)$$

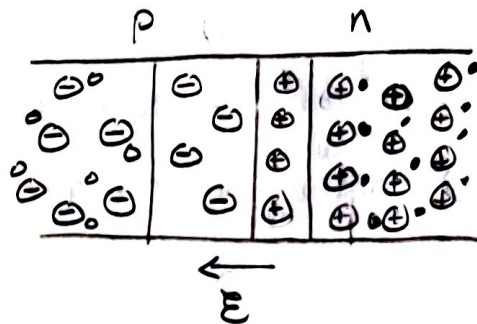
$$T = 300 \text{ K} \Rightarrow \underline{\underline{\Delta U \approx 0.1 \text{ V}}}$$

$$\text{Sven } \Delta U \approx 0.1 \text{ V}$$

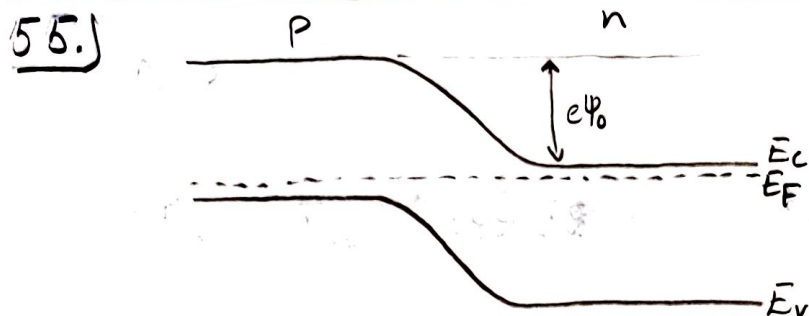
- 53.] Ett stort bandgap är bättre om vi vill ha en liten backström, kisel är därför bäst lämpat.

Större bandgap  $\Rightarrow$  färre minoritetsladdningsbärare  
 $\Rightarrow$  lägre backström.

54.) a) I utarmningsområdet



b) Från n-sidan mot p-sidan  
(se bild)



$$n_{no} = N_c e^{-(E_{cn} - E_F)/kT}$$

$$p_{po} = N_v e^{-(E_F - E_{vp})/kT}$$

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-E_g/kT}$$

$$n_{no} \cdot p_{po} = N_c N_v e^{-(E_{cn} - E_F)/kT} \cdot e^{-(E_F - E_{vp})/kT} = \underbrace{N_c N_v e^{-E_g/kT}}_{n_i^2} \cdot e^{e\psi_0/kT} = n_i^2 e^{e\psi_0/kT}$$

där vi använt att

$$-(E_{cn} - E_F) - (E_F - E_{vp}) = -(E_{cn} - E_{vp}) = -(E_{cp} - e\psi_0 - E_{vp}) = e\psi_0 - E_g$$

Vi har alltså

$$n_{no} \cdot p_{po} = n_i^2 \cdot e^{e\psi_0/kT}$$

$$\frac{e\psi_0}{kT} = \ln\left(\frac{n_{no} \cdot p_{po}}{n_i^2}\right)$$

$$\Rightarrow \psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_{no} \cdot p_{po}}{n_i^2}\right)$$

Vid fullständig jonisation gäller  $n_{no} = N_D$  och  $p_{po} = N_A$

$$\Rightarrow \psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_{no} \cdot p_{po}}{n_i^2}\right) = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2}\right)$$

$$56. a) w = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r \psi_0}{e} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

$$x_n N_D = x_p N_A \Rightarrow x_n = \frac{N_A}{N_D} x_p = \frac{10^{22}}{10^{21}} x_p = 10 x_p$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{1}{11} \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r \psi_0}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}, \quad \epsilon_r = 11.8 \text{ för Si}$$

$$\psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \text{ från uppg. 55}$$

$$x_p = \frac{1}{11} \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r kT}{e^2} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \approx 88 \text{ nm vid } T = 300 \text{ K}$$

$$\Rightarrow x_n = 880 \text{ nm} = 0,88 \mu\text{m}$$

Svar

$$x_n = 0,88 \mu\text{m}$$

$$x_p = 88 \text{ nm}$$

$$b) w \propto \sqrt{\psi_0 - U}$$

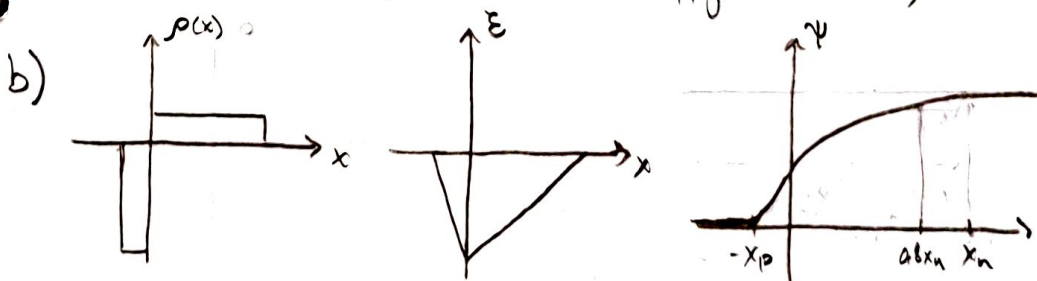
Diode ska vara backspänd eftersom det gör rymdladdningsområdet större.

$$c) 2\sqrt{\psi_0} = \sqrt{\psi_0 - U}$$

$$4\psi_0 = \psi_0 - U$$

$$U = -3\psi_0 = -\frac{3kT}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right) \approx -1,96 \text{ V vid } T = 300 \text{ K}$$

$$57. a) x_n \approx 0,88 \mu\text{m} \text{ (se uppg. 55 a)}$$



På n-sidan har vi

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \quad 0 < x < x_n$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -E = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x + C, \quad E(x_n) = 0 \rightarrow C = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x_n$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x - x_n), \quad 0 < x < x_n$$

$$57) b) \frac{d\psi}{dx} = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x - x_n)$$

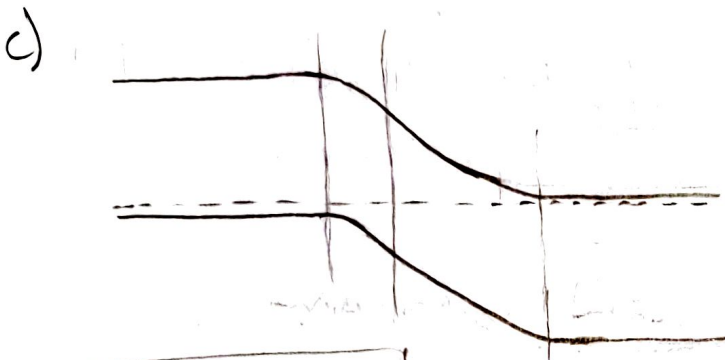
$$\psi(x) = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{(x - x_n)^2}{2} + D$$

$$\psi(x_n) = \psi_0 \Rightarrow D = \psi_0$$

$$\psi(0,8x_n) = \psi_0 - \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{0,04 x_n^2}{2} = \psi_0 - 0,0238 \text{ V}$$

här har vi använt att  $\epsilon_r = 11,8$  för Si

Svar 23,8 mV har potentialen minskat



$$n = N_c e^{-(E_c - E_f)/kT}$$

$$N_D = N_c e^{-(E_c(x=x_n) - E_f)/kT}$$

$$n = N_c e^{-(E_c(x=0,8x_n) - E_f)/kT} = N_c e^{-(E_c(x=x_n) - E_f + e\psi_0)/kT}$$

$$= \underbrace{N_c e^{-(E_c(x=x_n) - E_f)/kT}}_{= N_D} e^{-e\psi_0/kT} = N_D e^{-e\psi_0/kT}$$

här är  $N_D = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ,  $\Delta\psi_0 = 23,8 \text{ mV}$  från b)  
 $T = 300 \text{ K}$

$$\Rightarrow n \approx 3,98 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

$$n \cdot p = n_i^2, \quad n_i = 1,0 \cdot 10^{16}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx 2,51 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

Svar vid  $x = 0,8 x_n$  är

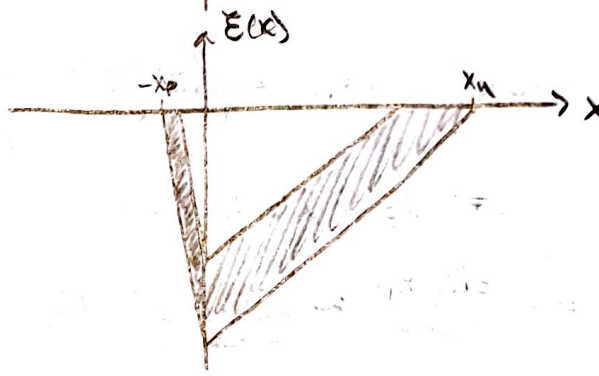
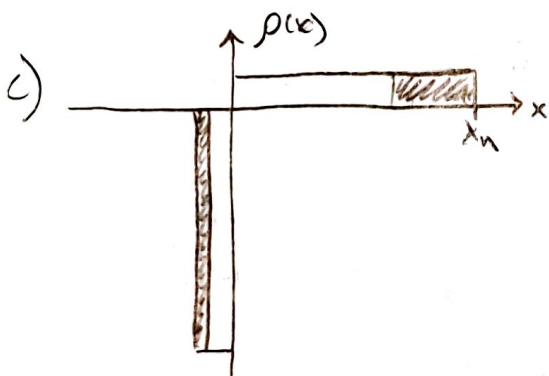
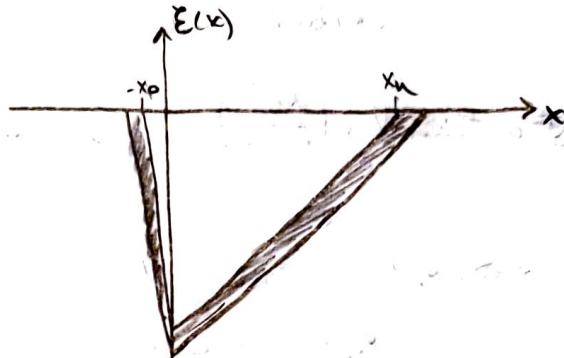
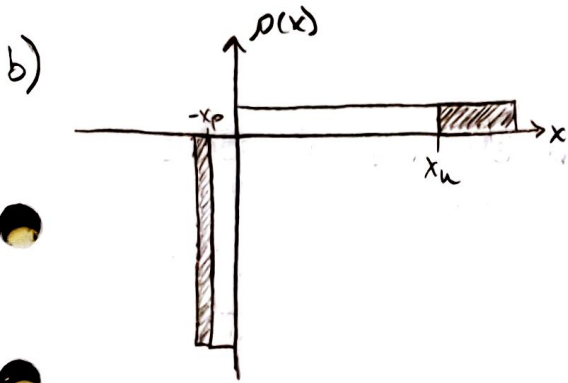
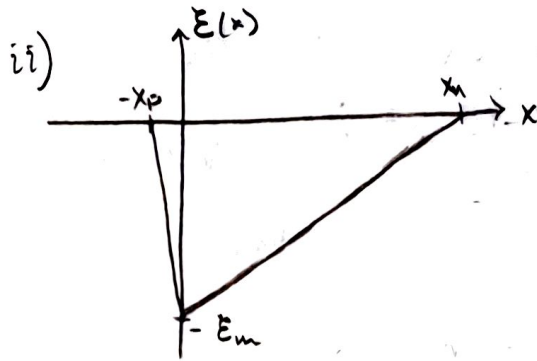
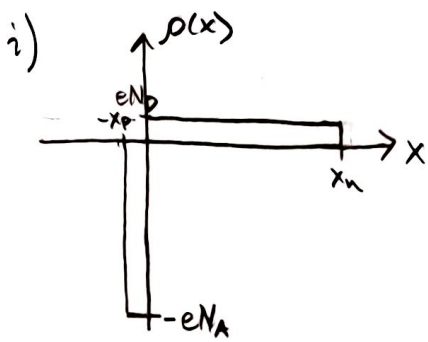
$$n \approx 3,98 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

$$p \approx 2,51 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

$$d) \rho(0,8x_n) = e(N_D(0,8x_n) - N_A(0,8x_n) + p(0,8x_n) - n(0,8x_n)) = \\ = e(10^{21} - 0 + 2,51 \cdot 10^{11} - 3,98 \cdot 10^{20}) \approx 96 \text{ C m}^{-3}$$

$N_D$  dominerar, men  $n$  påverkar fortfarande ganska mycket.

58.) a)  $x_p N_A = x_n N_D \Rightarrow x_n = \frac{N_A}{N_D} x_p = \frac{10^{23}}{10^{22}} x_p = 10 x_p$



d)  $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$ ,  $\epsilon_r = 16.3$  för Ge

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x+x_p), & -x_p < x < 0 \\ -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x_n-x), & 0 < x < x_n \end{cases}$$

$$E_m = E(0) = -\frac{eN_A x_p}{\epsilon_0 \epsilon_r} = -\frac{eN_D x_n}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\begin{aligned} \psi_0 = \psi(x_n) - \psi(-x_p) &= \int_{-x_p}^{x_n} \frac{d\psi}{dx} dx = \int_{-x_p}^{x_n} -E(x) dx = \int_{-x_p}^0 \frac{eN_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x+x_p) dx + \int_0^{x_n} \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x_n-x) dx = \\ &= \left[ \frac{eN_A (x+x_p)^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} \right]_{-x_p}^0 + \left[ -\frac{eN_D (x_n-x)^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} \right]_0^{x_n} = \\ &= \frac{eN_A x_p^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} + \frac{eN_D x_n^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} \Rightarrow \psi_0 = \frac{e}{2\epsilon_0 \epsilon_r} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2) \end{aligned}$$

behöver ej detta

$$58) d) n_{no} = N_c e^{-(E_{cn} - E_F)/kT} = N_0$$

$$p_{po} = N_v e^{-(E_F - E_{vp})/kT} = N_A$$

$$n_{no} \cdot p_{po} = N_c N_v e^{-(E_{cn} - E_{vp})/kT} = N_c N_v e^{-(E_{cp} - E_{vp} - e\psi_0)/kT}$$

$$= N_c N_v e^{-E_g/kT} \cdot e^{e\psi_0/kT}$$

$$e^{e\psi_0/kT} = e^{E_g/kT} \frac{n_{no} \cdot p_{po}}{N_c N_v}$$

$$e\psi_0 = E_g + kT \ln\left(\frac{N_0 N_A}{N_c N_v}\right), \quad E_g = 0,66 \text{ eV vid } T = 300 \text{ K}$$

för Ge

$$T = 300 \text{ K} \rightarrow e\psi_0 \approx 0,42 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow \psi_0 \approx \underline{\underline{0,42 \text{ V}}}$$

$$W = x_n + x_p = 10x_p + x_p = 11x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r \psi_0}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

$$\Rightarrow x_p \approx 26,2 \text{ nm}$$

$$\Rightarrow \tilde{E}_m = -\frac{eN_A x_p}{\epsilon_0 \epsilon_r} \approx \underline{\underline{-2,9 \cdot 10^6 \text{ V/m}}}$$

$$e) |\tilde{E}_m| = \frac{eN_A x_p}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \tilde{E}_{br} = 2 \cdot 10^7 \text{ V/m}$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \tilde{E}_{br}}{eN_A}$$

$$\frac{11 \epsilon_0 \epsilon_r \tilde{E}_{br}}{eN_A} = 11x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r (\psi_0 - U)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

$$121 \frac{\epsilon_0^2 \epsilon_r^2 \tilde{E}_{br}^2}{e^2 N_A^2} \cdot \frac{e}{2\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} = \psi_0 - U$$

$$\psi_0 - U = \frac{121}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \tilde{E}_{br}^2}{e} \frac{N_D}{N_A (N_A + N_D)} \approx 19,82 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U = \psi_0 - 19,8 \approx -19,40 \text{ V}$$

$$\underline{\underline{\text{Svar}}} \quad U \approx -19,40 \text{ V}$$

59.) a) Vi antar mättnad

$$n_{no} = N_D = 1,7 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

$$n_{po} = \frac{n_i^2}{p_{po}} = \frac{n_i^2}{N_A} \approx 1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

b)  $p_{po} = N_A = 3,7 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

$$p_{no} = \frac{n_i^2}{n_{no}} = \frac{n_i^2}{N_D} \approx 3,4 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$$

c) I termisk jämvikt, utan pålagd spänning,

• har vi

$$n_{po} = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

$$= N_C e^{-(E_C + e\psi_0 - E_F)/kT}$$

•

$$= N_C e^{-(E_C - E_F)/kT} \cdot e^{-e\psi_0/kT} = n_{no} e^{-e\psi_0/kT}$$

När vi lägger på en spänning bryts termisk jämvikt och vi kan egentligen inte använda oss av

$n = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$  längre. Däremot går det att föra ett resonemang som troligör sambandet

•

$$n_p = n_n e^{-e(\psi_0 - U)/kT} = n_{po} e^{eU/kT} \approx 7,4 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

PSS:  $p_n = p_{no} e^{eU/kT} \approx 1,62 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$

• (Det går inte att matematiskt visa att  $n_p = n_n e^{-e(\psi_0 - U)/kT}$ )

d) Långt in på p- resp. n-sidan kommer

$$n_p \rightarrow n_{po} \quad \text{resp.} \quad p_n \rightarrow p_{no}$$

Samma gäller för backspänning.

60.] a)  $I = I_0 (e^{eU/kT} - 1)$

$$\begin{cases} I_1 \approx I_0 e^{eU_1/kT} & U_1 = 1.3V, I_1 = 0.015 \text{ mA} \\ I_2 \approx I_0 e^{eU_2/kT} & U_2 = 1.6V, I_2 = 17 \text{ mA} \end{cases}$$

approximationen gäller  
 då  $eU$  är några  $kT$   
 upp till mycket höga  
 temperaturer, t.ex vid  
 1000K är  $eU_1 \approx 15kT$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = e^{e(U_2 - U_1)/kT}$$

$$\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = \frac{e(U_2 - U_1)}{kT}$$

$$T = \frac{e(U_2 - U_1)}{k \cdot \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)} \approx \underline{\underline{495 \text{ K}}}$$

b)  $I_2 = I_0 e^{eU_2/kT}$   
 $\Rightarrow I_0 = I_2 e^{-eU_2/kT} \approx \underline{\underline{8.72 \cdot 10^{-19} \text{ A}}}$

c)  $C = A \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{w}$  (spärrkapacitans)

Spärrkapacitansen är en bra approximation  
 vid bakespänning (och svaga framspänningar).

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r (\psi_0 - U)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}, \quad U_3 = -1V \Rightarrow C_3 = 86.3 \text{ pF}$$

$$U_4 = -10V \Rightarrow C_4 = 41.8 \text{ pF}$$

$$\frac{C_3}{C_4} = \frac{w_4}{w_3} = \sqrt{\frac{\psi_0 - U_4}{\psi_0 - U_3}} \Rightarrow \frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{\psi_0 - U_4}{\psi_0 - U_3}$$

$$C_3^2 \psi_0 - C_3^2 U_3 = C_4^2 \psi_0 - C_4^2 U_4$$

$$(C_3^2 - C_4^2) \psi_0 = C_3^2 U_3 - C_4^2 U_4$$

$$\psi_0 = \frac{C_3^2 U_3 - C_4^2 U_4}{C_3^2 - C_4^2} \approx \underline{\underline{1.76 \text{ V}}}$$

Svar  $\psi_0 \approx 1.76 \text{ V}$



60) d) Laddningsbärarkoncentrationen på p-sidan

$$\text{är } p_p = N_A$$

Om övergången är hårt dopad på n-sidan  
så är  $N_D \gg N_A$

$$\text{Vi vet att } N_A x_p = N_D x_n \Rightarrow x_p \gg x_n \rightarrow w \approx x_p$$

$$|\mathcal{E}_{ml}| = \frac{e N_A x_p}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (\text{härlett i 58d)}$$

$$\text{med } x_p \approx w \rightarrow |\mathcal{E}_{ml}| = \frac{e N_A w}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{e N_A}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r (\psi_0 - U)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} = \sqrt{N_A} \sqrt{\frac{2e(\psi_0 - U)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{N_A + N_D}{N_D}}$$

$$U = -20V \rightarrow |\mathcal{E}_{ml}| = \mathcal{E}_{br} = \sqrt{N_A} \sqrt{\frac{2e(\psi_0 - U)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{N_A + N_D}{N_D}}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E}_{br}^2}{2e(\psi_0 - U)} \cdot \frac{N_D}{N_A + N_D}$$

$$\frac{N_D}{N_A + N_D} \approx 1 \quad \text{då } N_D \gg N_A$$

$$\rightarrow N_A \approx \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \mathcal{E}_{br}^2}{2e(\psi_0 - U)} \approx \underline{\underline{9,75 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}}}$$

(Om vi sätter  $\psi_0 = 0$ , alltså bara räknar med  
det yttre spänningsfallet får vi  $N_A = 1,06 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ )

$$\underline{\text{Svar}} \quad p = N_A = 9,75 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$e) C = A \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{w}$$

$$\Rightarrow A = \frac{w C}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{C}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r (\psi_0 - U)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

$$A \approx C \sqrt{\frac{2(\psi_0 - U)}{\epsilon_0 \epsilon_r e} \cdot \frac{1}{N_A}} \quad \text{där vi återigen satt } \frac{N_A + N_D}{N_D} \approx 1$$

$$U = -10V \rightarrow C = 41,8 \text{ pF}$$

$$\Rightarrow A \approx \underline{\underline{1,57 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2}}$$

61.) a) Falskt, hål dras mot hälen

b) Falskt, substratet är n-dopad

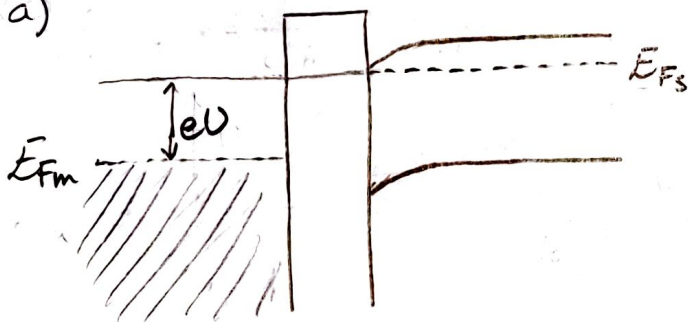
c) Falskt, det är hål  $\Rightarrow$  positiv laddning

d) Sant,  $E_F \approx E_{Fi}$

e) Sant, positiv laddning vid halvledarens yta +  $V_g$  negativ

f) Sant, halvledarens yta positiv och metallens yta negativ.

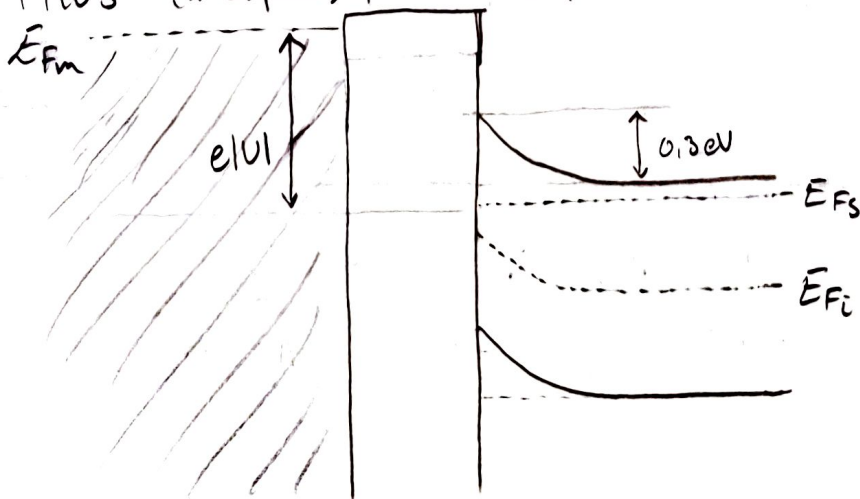
62.) a)



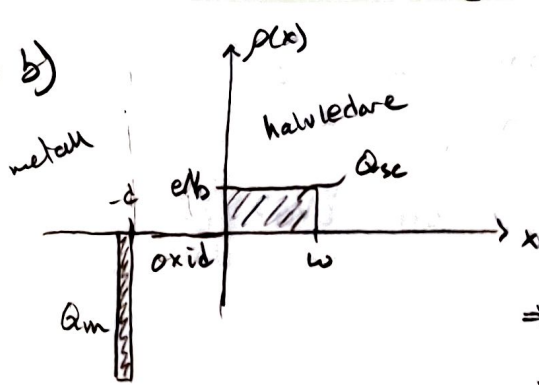
b) Den måste vara positiv  $U > 0$ , vi har en PMOS. Vid ackumulatlon dras negativa laddning mot oxiden om halvledaren är n-dopad, alltså måste metallen vara positiv.

63.) a)  $\psi_{yt} = -0.3V \Rightarrow 0.3 eV$ ,  $E_g \approx 1.11 eV$  för Si

Vi har lagt på en negativ spänning på en PMOS (n-dopad), vi befinner oss i utarmning



63. b)



$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r}, \quad 0 < x < w$$

$$E(x) - E(w) = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x$$

$$\Rightarrow E(x) = E(w) + \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} x$$

$$E(w) = 0 \Rightarrow E(w) = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} w$$

$$\Rightarrow E(x) = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (x-w), \quad 0 < x < w$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -E(x) = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (w-x)$$

$$\psi(x) - \psi(w) = \int_w^x \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} (w-\tilde{x}) d\tilde{x} = \frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} \left[ -\frac{1}{2}(w-\tilde{x})^2 \right]_w^x = -\frac{eN_D}{2\epsilon_0 \epsilon_r} (w-x)^2$$

$$\psi(x) = \psi(w) - \frac{eN_D}{2\epsilon_0 \epsilon_r} (w-x)^2$$

$$\psi(0) = \psi(w) - 0,3 \Rightarrow -0,3 = -\frac{eN_D}{2\epsilon_0 \epsilon_r} w^2$$

$$\Rightarrow w = \sqrt{\frac{0,6 \epsilon_0 \epsilon_r}{eN_D}}$$

$$N_D = 10^{22} \text{ m}^{-3}, \quad \epsilon_r = 11,8 \Rightarrow w \approx \underline{\underline{198 \text{ nm}}} = \underline{\underline{0,198 \mu\text{m}}}$$

$$\Rightarrow E(0) = -\frac{eN_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} w \approx \underline{\underline{-3,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}}}$$

Svar

$$w = 0,198 \mu\text{m}$$

$$E(0) = -3,0 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

c) På halvledarsidan har vi

$$Q_{sc} = eN_D \cdot w \approx 3,17 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

$$Q_m = -Q_{sc} = \underline{\underline{-3,17 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2}}$$

$$\text{Svar } Q_m = -3,17 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$$

64.) A är PMOS  $\rightarrow$  negativa spänningar ( $V_G < V_B$ ) kan ge inversion

a) B är NMOS  $\rightarrow$  positiva spänningar ( $V_G > V_B$ ) kan ge inversion

Inversion kan fås i:

a) A

b) B

c) B

d) B

e) A

---

65.) Svar a)

Om vi har  $V_{in} = -5V$  kan vi få en ström genom PMOS men inte genom NMOS  $\Rightarrow V_{ut} = 0V$

Om vi har  $V_{in} = 0V$  får vi en ström genom NMOS men inte genom PMOS  $\rightarrow V_{ut} = -5V$

Vi har alltså en inverterare.

Skulle  $V_{in} = 5V$  skulle ström kunna gå genom både NMOS och PMOS

---