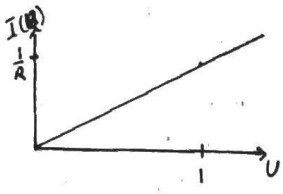
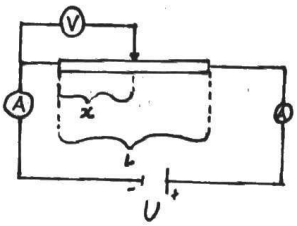
1/

a) $I(U) = \frac{1}{R} U$





b) Båda amperemetrarna visar $I(U) = \frac{1}{R} U$

c) Voltmetern visar: $U = U_{tot} - \frac{L-x}{L} U_{tot} = \frac{L-L+x}{L} U_{tot} = \frac{x}{L} U_{tot} = \frac{x}{L} U_{tot}$

2/

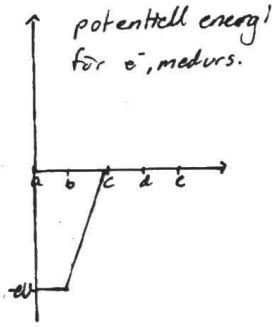
a) Spänningsfall:

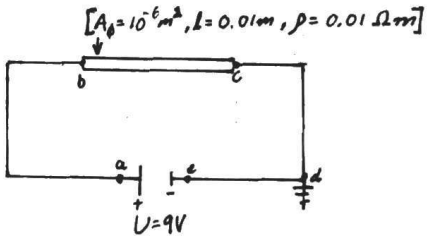
$a \to b$: 0V

$a \to c$: 9V

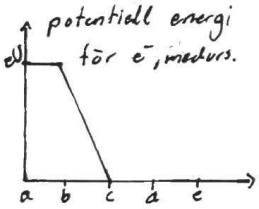
$a \to e$: 9V

b)

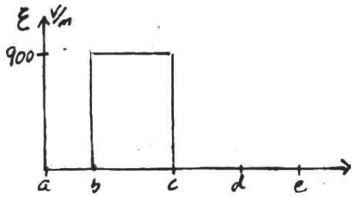




c) Batteriets sänds:



d) Elektriska fältet, $\mathcal{E}$, $a \to e$.



$\mathcal{E} = \frac{U}{l} = \frac{9\,V}{0.01\,m} = 900\,V/m$

3/ [Cu, $l = 0.2\,m$, $A_\perp = 10^{-6}\,m^2$, $V = 1.7 \cdot 10^{-3}\,V$, $I = 0.5\,A$, en valenselektron per atom]

a) Elektriskt fält längst tråden: $\mathcal{E} = \frac{U}{l} = \frac{1.7 \cdot 10^{-3}\,V}{0.2\,m} = 8.5 \cdot 10^{-3}\,V/m$

b) Elektronkoncentrationen enl F.S.: $n = 1 \cdot 8.45 \cdot 10^{28}\,m^{-3}$

c) Bestäm strömtätheten: $J = \frac{I}{A_\perp} = \frac{0.5\,A}{10^{-6}\,m^2} = 5 \cdot 10^5\,A/m^2$

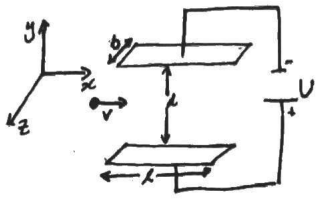
d) Drifthastigheten: F.S. $\to |v_d| = \frac{J}{ne} = \frac{5 \cdot 10^6\,Am^{-2}}{8.45 \cdot 10^{28} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\,m^{-3}C} \approx \frac{1}{3} 10^{-4}\,AmC^{-1} = \frac{1}{3} 10^{-4}\,AmA^{-1}s^{-1} = \frac{1}{3} 10^{-4}\,m/s$

e) Bestäm konduktiviteten: $\sigma = \frac{J}{\mathcal{E}} = \frac{5 \cdot 10^5}{8.5 \cdot 10^{-3}}\,Am^{-2}V^{-1}m \approx 0.6 \cdot 10^8\,AV^{-1}m^{-1}$ [F.S]

f) Bestäm kollisionstiden: $\tau = \frac{m\sigma}{e^2 n} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot 9 \cdot 10^{-31}}{2.56 \cdot 10^{-38} \cdot 8.45 \cdot 10^{28}} \frac{kg\,Am^3}{A^2 s^2 Vm} \approx 2.5 \cdot 10^{-14} = 25\,fs$

g) Vad är v_{th} vid $T = 300\,K$: $\frac{3}{2} kT = \frac{m v_{th}^2}{2} \to v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 1.4 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9 \cdot 10^{-31}}} = \sqrt{140 \cdot 10^8} \approx 1.8 \cdot 10^4\,m/s \approx 1.2 \cdot 10^5\,m/s$

4/ $[U = 3000V,\ v = 5\cdot10^5 m/s]$



$\begin{cases} b = 0.03m \\ d = 0.02m \\ l = 0.05m \end{cases}$

a) $\mathcal{E} = \mathcal{E}\hat{y} = \frac{U}{d}\hat{y} = \frac{3000}{0.02}\frac{V}{m}\hat{y} = 150\frac{kV}{m}$

b) Då vi vill ha en kraft i $-\hat{y}$-riktning:

$\rightarrow B = B\hat{z}$

c) Bestäm den magnetiska flödestätheten.

F.S $\rightarrow \begin{cases} F = q(\mathcal{E}_y + v_x \times B) \\ F = 0 \end{cases} \rightarrow \mathcal{E}\hat{y} = vB\hat{y} \Rightarrow B = \frac{\mathcal{E}}{v} = \frac{150\cdot10^3\ Vs}{5\cdot10^5\ m\ m} = 0.3\frac{Vs}{m^2} = 0.3T$

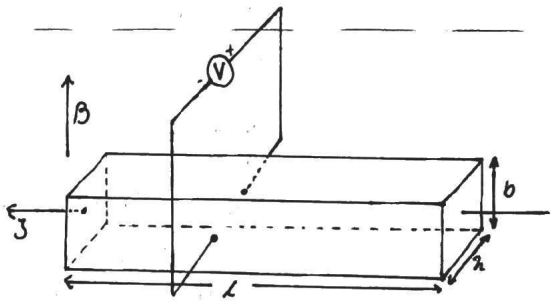
d) Om hastigheten dubblas:

$v \rightarrow 2v \rightarrow \mathcal{E} < vB$ och då vB är i $-\hat{y}$-riktning avlänkas protonerna i $-\hat{y}$-riktning, medåt i fig.

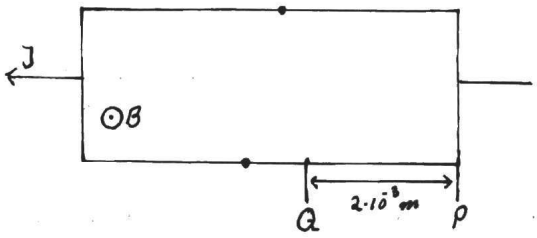
5/ $[U = 310mV,\ I = 5mA]$

$[U_{voltmeter} = 3.2mV$ då $B = 0]$

$[U_{voltmeter} = 8mV$ då $B = 0.16T]$



$\begin{cases} l = 0.005m \\ b = 0.001m \\ h = 0.002m \end{cases}$



a) Voltmeter mellan Q och P.

$U_V = \frac{U\cdot l_{QP}}{l} = \frac{310\cdot10^{-3}\cdot2\cdot10^{-3}}{5\cdot10^{-3}}\frac{Vm}{m} = 124\cdot10^{-3}V$

$U_V = 124mV$

b) Föratt dom inte är perfekt placerade mitt emot varandra.

c) Hur stor blir hallspänningen med givet magnetfält

$U_H = U_{voltmeter_1} - U_{V_{m_2}} = 8\cdot10^{-3}V - 3.2\cdot10^{-3}V = 4.8mV$

d) Beräkna laddningsbärarkoncentrationen.

Från bok: $U_H = \frac{I}{bne}B = \frac{5\cdot10^{-3}}{10^{-3}\cdot n\cdot1.6\cdot10^{-19}} = 4.8\cdot10^{-3} \rightarrow n = \frac{5\cdot0.16}{4.8\cdot1.6\cdot10^{-22}} \approx \frac{5\cdot0.16}{7.7}10^{22} = 0.104\cdot10^{22} = 1.04\cdot10^{21}m^{-3}$

e) Beräkna konduktiviteten i provet. F.S.

$\sigma = \frac{J}{\mathcal{E}} = \frac{\frac{I}{A_y}}{\frac{U}{l}} = \frac{Il}{Ubh} = \frac{5\cdot10^{-3}\cdot5\cdot10^{-3}}{0.31\cdot2\cdot10^{-6}} = \frac{25}{0.62}\frac{Am}{Vm^2} = 40.3\frac{A}{Vm} = 40.3\Omega^{-1}m^{-1}$

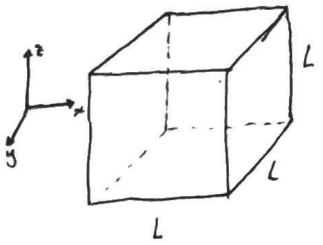
f) ~~Beräkna kollisionstiden.~~ F.S. Beräkna mobiliteten, μ. F.S.

$\cancel{\tau = \sigma m}$ $\mu = \frac{e}{m}\tau = \frac{e}{m}\frac{\sigma m}{e^2 n} = \frac{\sigma}{en} = \frac{40.3}{1.6\cdot10^{-19}\cdot1.04\cdot10^{21}}\frac{m^3}{\Omega mAs} = \frac{40.3}{1.6\cdot1.04}10^{-2}\frac{m^2}{\Omega As} = 2.24\frac{m^2}{Vs}$

g)

6/ Lådpotential.

Ange energinivåer och noderna för de första fyra tillstånden.



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\phi = E\phi \rightarrow \begin{cases} \phi = A\sin(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z) \\ E = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m}, \ \bar{k} = (k_x, k_y, k_z) \end{cases}$$

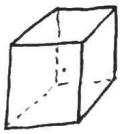
Randvillkor:

$$\phi(0) = \phi(L) = 0 \rightarrow k_i L = \pi n_i \rightarrow k_i = \frac{\pi}{L} n_i, \ i = (x, y, z)$$

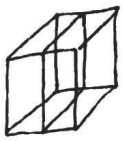
Energinivåer:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}(n_x + n_y + n_z)$$

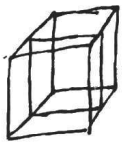
$\bar{n} = (1,1,1) \rightarrow$ Ingen nod



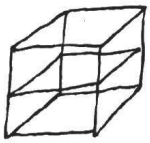
$\bar{n} = (2,1,1) \rightarrow$ nod i x-led $x = \frac{L}{2}$, plan i yz.



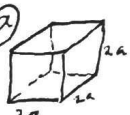
$\bar{n} = (1,2,1) \rightarrow$ nod i y-led $y = \frac{L}{2}$, plan i xz.



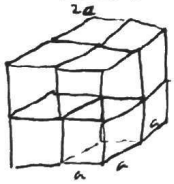
$\bar{n} = (1,1,2) \rightarrow$ nod i z-led $z = \frac{L}{2}$, plan i xy.



7/ a)

i) 

$K = \frac{\pi}{2a} \rightarrow E = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2}\bar{n}^2$, 8 lägsta tillstånden $\quad 2\cdot(1^2+1^2+1^2) + 2\cdot 3\cdot(2^2+1^2+1^2) = 42$

ii) 

$K = \frac{\pi}{a} \rightarrow E = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}\bar{n}^2$, 8 G.T. i varje: $\quad 8\cdot(1^2+1^2+1^2) = 24$

i $\rightarrow E_{tot} = 42\frac{\hbar^2\pi^2}{8ma^2} = 10.5\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = 10.5\frac{\hbar}{8ma^2}$

ii $\rightarrow E_{tot} = 24\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = 24\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = 24\frac{\hbar}{8ma^2}$

b) $10.5 < 24 \rightarrow$ Totalt lägre energi när atomerna sitter ihop $\rightarrow$ stabilt

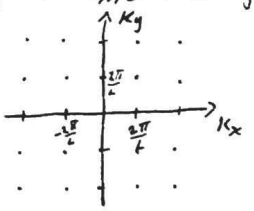
11/ Periodiska randvillkor: $\phi(0) = \phi(L) \rightarrow k_i = \frac{2\pi}{L} n_i$, $\begin{cases} i = (x, y, z) \\ n = 0 \pm 1 \pm 2 \ldots \end{cases}$

$$\phi_k = C e^{ikx}$$

12/ a) $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2)$, $\phi(0) = \phi(L) = 0 \rightarrow k = \frac{\pi}{L} n$, $n = 1, 2, 3, 4 \ldots$

b) Periodiska randvillkor: $\phi(0) = \phi(L) \rightarrow k = \frac{2\pi}{L} n$, $n = 0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \ldots$

c) $E = \frac{2\hbar^2 \pi^2}{mL^2}(n_x^2 + n_y^2)$



Hur många tillstånd per areaenhet finns innanför cirkeln med radie $\bar{k}$.

Area per k-punkt: $A_k = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$

Cirkelns area: $\pi \bar{k}^2$

2 tillstånd per punkt pga spinn.

Antal tillstånd med energi upp till $E(k)$: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$

$$S(E) = 2 \cdot \frac{1}{A} \cdot \pi k^2 = \frac{2L^2}{4\pi^2}\pi \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{L^2 m}{\hbar^2 \pi} E$$

Deriverar vi får vi antal tillstånd per energienhet/intervall

$$\boxed{Z(E) = \frac{\partial S(E)}{\partial E} = \frac{L^2 m}{\hbar^2 \pi}}$$

d) Fermienergin, energin av alla tillstånd tyllda av N elektroner, får vi genom:

$$N = \int_0^{E_F} Z(E)\, dE = \int_0^{E_F} \frac{L^2 m}{\hbar^2 \pi}\, dE = \frac{L^2 m}{\pi \hbar^2} E_F \rightarrow \boxed{E_F = \frac{N \pi \hbar^2}{L^2 m}}$$

Med elektroner per ytenhet: $n = \frac{N}{L^2} \rightarrow E_F = \frac{n \pi \hbar^2}{m}$

$$P(E) = \frac{\text{antal tillstånd med } E_i \text{ besatt}}{\text{totalt antal tillstånd}} = \frac{A_E}{A_t} = \frac{A_E}{A_t}$$

13/

a) Kompendiet sidan 98. $\Delta = kT$

i) $$\frac{P(\Delta)}{P(0)} = \frac{\frac{A_\Delta}{A_t}}{\frac{A_0}{A_t}} = \frac{A_\Delta}{A_0} = \frac{e^{-\frac{\Delta}{kT}}}{e^0} = e^{-1}$$

ii) $$\frac{P(2\Delta)}{P(0)} = \frac{A_{2\Delta}}{A_0} = \frac{2e^{-\frac{2\Delta}{kT}}}{e^0} = 2e^{-2}$$

b) $$P(10) = \frac{e^{-2}+e^{-3}+2e^{-4}+2e^{-5}+4e^{-6}}{e^0+e^{-1}+2e^{-2}+3e^{-3}+5e^{-4}+7e^{-5}+11e^{-6}} = 0.125 = 12.5\%$$

14/

a) $$E_{medel} = E_0 P(0) + E_\Delta P(\Delta) = \frac{\Delta 2e^{-\frac{\Delta}{kT}}}{e^0 + 2e^{-\frac{\Delta}{kT}}} = \frac{\Delta}{\frac{1}{2}e^{\frac{\Delta}{kT}}+1} = \Delta\left(\frac{1}{2}e^{\frac{\Delta}{kT}}+1\right)^{-1}$$

b) $$kT \gg \Delta \rightarrow E_{medel} = \frac{\Delta 2e^0}{e^0+2e^0} = \frac{2}{3}\Delta$$

$$\Delta \gg kT \rightarrow E_{medel} = \frac{\Delta}{\frac{1}{2}e^0+1} = 0$$

c) Värmekapaciteten ges av: $C_V = \frac{\partial E}{\partial T}$

$$kT \gg \Delta \rightarrow C_V = \frac{\partial}{\partial T}\left(\Delta\left(\frac{1}{2}e^{\Delta/kT}+1\right)^{-1}\right) = -\frac{\Delta}{2kT^2}\cdot\Delta\cdot e^{\Delta/kT}\cdot(-1)\left(\frac{1}{2}e^{\Delta/kT}+1\right)^{-2} = \frac{\Delta^2 e^{\Delta/kT}}{2kT^2}\left(\frac{1}{2}e^{\Delta/kT}+1\right)^{-2}$$

15/ $[Li, \sigma = 1.05\cdot 10^7\,\Omega^{-1}m^{-1}]$

a) Fermihastigheten ges av $E_F = \frac{mV_F^2}{2} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi n_{Li}}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$, $n_{Li} = 4.7\cdot 10^{28}\,m^{-3}$, $m = m_e$

$$\rightarrow V_F = \frac{\hbar}{m_e}\left(\frac{3\cdot n_{Li}}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = 1.29\cdot 10^6\,m/s$$

b) Termiska hastigheten vid $T = 300K$ ges av $\frac{3}{2}kT = \frac{mV_{th}^2}{2} \rightarrow V_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} = 1.17\cdot 10^5$

c) Bestäm V_d med $E = 0.1\,V/m$: $\begin{cases} V_d = \frac{J}{-en} \\ J = \sigma E \end{cases} \rightarrow V_d = \frac{\sigma E}{-en} = 1.39\cdot 10^{-4}\,m/s$

d) Hur lång är fria medelvägen: $l = V_f\tau = V_f\cdot\frac{\sigma m}{e^2 n} = 10.23\cdot 10^{-9}\,m = 10.23\,nm$

e) Närmaste granne Litium $a = 0.3\,nm$ → atomavstånd mellan spridning $= \frac{l}{a} = \frac{10.23\,nm}{0.3\,nm} = 34.1$ st.

9/ $F(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1}$, Fermi dirac fördelningsfunktionen → Sannolikheten att E är besatt.

a) Sannolikheben att, $E = E_F + kT$, är besatt.

$$F(E_F+kT) = \frac{1}{e^{(E_F+kT-E_F)/kT}+1} = \frac{1}{e^1+1} = 0.269 \rightarrow 26.9\% \text{ chans att } E_F+kT \text{ är besatt.}$$

b) $E = E_F - kT$

$$F(E_F-kT) = \frac{1}{e^{(E_F-kT-E_F)/kT}+1} = \frac{1}{e^{-1}+1} = 0.731 \rightarrow 73.1\% \text{ chans att } E_F-kT \text{ är besatt.}$$

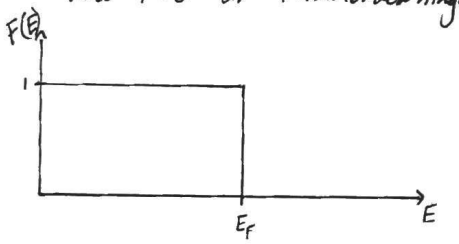
c) Vilken Energi är besatt med 99% sannolikhet, vid $T = 77k$.

$$0.99 = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1} \rightarrow 0.99\left(e^{(E-E_F)/kT}+1\right) = 1 \rightarrow e^{(E-E_F)/kT} = \frac{1}{0.99} - 1 = \frac{0.01}{0.99} \rightarrow \frac{E-E_F}{kT} = \ln\left(\frac{0.01}{0.99}\right)$$

$$\rightarrow E = E_F + kT\ln\left(\frac{1}{99}\right) = E_F - 0.03\,eV$$

10/ Fri elektrongas, $E_F = E_F$, $T = 0K$.

a) Fermifördelningen, sannolikheten att en energinivå är besatt.
Vid $T=0$ är Fermifördelningen en stegfunktion med sannolikhet ett under E_F och noll över.



b) Antal elektroner i gasen ges av antal tillstånd upp till fermienergin,
$Z(E)$ = tillstånd per energiökning.

$$N = \int_0^{E_F} Z(E)\,dE \quad , \quad Z(E) = C\sqrt{E}$$

c) Elektronernas totala energi vid $T = 0K$ ges av antalet tillstånd gånger deras energi.
Vid $T = 0K$ finns alla elektroner i $E \leq E_F$ och alla tillstånd $E \leq E_F$ är besatta.

$$E_{tot} = \int_0^{E_F} E \cdot Z(E)\,dE$$

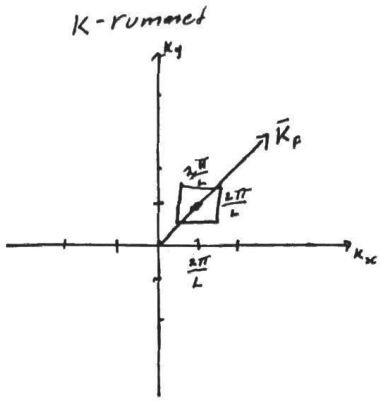
d) Medelenergin ges av totala energin delat på antal elektroner.

$$E_{medel} = \frac{E_{tot}}{N} = \frac{\int_0^{E_F} E\,Z(E)\,dE}{\int_0^{E_F} Z(E)\,dE} = \frac{C\int_0^{E_F} E\sqrt{E}\,dE}{C\int_0^{E_F}\sqrt{E}\,dE} = \frac{\left[\frac{2}{5}E^{\frac{5}{2}}\right]_0^{E_F}}{\left[\frac{2}{3}E^{\frac{3}{2}}\right]_0^{E_F}} = \underline{\frac{3}{5}E_F}$$

e) Då det är en fri elektrongas så antar vi att elektronerna inte har någon potentiell energi.

16/ Tvådimensionell elektrongas.

Uppskatta: $\dfrac{\text{Antal tillstånd } kT \text{ under } E_F}{\text{Antal tillstånd under } E_F} = \varphi$



$\phi(0) = \phi(L) \rightarrow k = \frac{2\pi}{L} n$

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$

Antal möjliga tillstånd innanför k-cirkeln $= S(k)$

$$S(E) = \frac{S \cdot A_k}{A_k} = \frac{2\pi k^2 L^2}{4\pi^2} = \frac{2\pi L^2}{4\pi^2} \cdot \frac{2m}{\hbar^2} E = \frac{L^2 m}{\pi \hbar^2} E$$

Area per k-punkt: $A_k = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{L^2}$

Area innanför k-vektorn: $\pi k^2 = A_k$

Spinn $\rightarrow$ 2 tillstånd $\rightarrow$ 2 elektroner: $s = 2$

Tillståndstätheten, tillstånd per dE:

$$Z(E) = \frac{\partial S(E)}{\partial E} = \frac{\partial}{\partial E}\left(\frac{L^2 m}{\pi \hbar^2} E\right) = \frac{L^2 m}{\pi \hbar^2}$$

(Area)

Per volymenhet: $Z_V(E) = \frac{Z(E)}{L^2} = \frac{m}{\pi \hbar^2}$

$$\varphi = \frac{\int_{E_F - kT}^{E_F} Z_V(E)\,dE}{\int_0^{E_F} Z_V(E)\,dE} = \frac{\frac{m}{\pi\hbar^2}}{\frac{m}{\pi\hbar^2}} \cdot \frac{\int_{E_F-kT}^{E_F} dE}{\int_0^{E_F} dE} = \frac{\left[E\right]_{E_F-kT}^{E_F}}{\left[E\right]_0^{E_F}} = \frac{E_F - E_F + kT}{E_F} = \underline{\frac{kT}{E_F}}$$

Hur mycket bidrar dessa elektroner till värmekapaciteten, C_V?

om varje e^- bidrar med $E_e = kT$

$$E_{tot} = E_0 + N\varphi E_e = N\frac{kT}{E_F} \cdot kT + E_0 = E_0 + N\frac{k^2T^2}{E_F}$$

$$C_V = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{\partial E_0}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial T}\left(N\frac{k^2T^2}{E_F}\right) = \frac{\partial E_0}{\partial T} + Nk \cdot \frac{2kT}{E_F}$$

De bidrar alltså med: $Nk \cdot \frac{2kT}{E_F}$

Jämfört med klassiskt där varje bidrar med: $E_e = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT$

$\rightarrow C_V = \frac{\partial}{\partial T}(NkT) = Nk$

$T = 300K$

17/ a) Uppskatta Fermienergin, E_F, i koppar. För ledningselektroner.

$$\begin{cases} E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{3n_{el}}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \\ n_{el} = 8.45 \cdot 10^{28}\,m^{-3} \end{cases} \rightarrow E_F = 7.02\,eV = 1.125 \cdot 10^{-18}\,J$$

b) Atomgitrets bidrag, kT i varje frihetsgrad ger $E_g = 3kT \cdot N \rightarrow C_V^g = \frac{\partial E}{\partial T} = 3kN = 3.5 \cdot 10^6 \frac{J}{m^3 K} = 392 \frac{J}{kgK}$

c) Ledningselektronernas bidrag som klassisk gas. $E_e = \frac{3}{2}kT \rightarrow C_V^e = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{3k}{2} \cdot n_{el} = 1.75 \frac{J}{m^3 K} = 196 \frac{J}{kgK}$

d) Ledningselektronernas bidrag FEM: $C_V^e = n\frac{\pi^2}{2}\frac{k^2T}{E_F} = 2.12 \cdot 10^4 \frac{J}{m^3 K} = 2.37 \frac{J}{kgK}$

e) Elektronernas procentuella bidrag till värmekapaciteten, C_V. $\theta = \frac{C_V^e}{C_V^g + C_V^e} = \frac{2.37}{392 + 2.37} = 0.006 = 0.6\%$

Detta på grund av att endast de elektronerna i de "översta" energitillstånden har lediga tillstånd tillräckligt "nära" för att utnyttja den termiska energin.

18/ Vår sol: $\begin{cases} M_{sol} = 1.99\cdot 10^{30}\,kg \\ R_{sol} = 6.96\cdot 10^{8}\,m \end{cases}$, Vitdvärg $M_0 = 0.5\,M_{sol}$, $R_0 = 10^7\,m$ ~Rent helium , $T_0 \approx 10^7\,K$

Betraktas som fri elektrongas.

Beräkna fermienergin, E_F. , $E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$

Behöver beräkna n

Atomvikt: $4.0026\,g/mol = 4.0026\cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{mol} = \theta$

Vit dvärg vikt per kubikmeter: $m_k = \frac{M_0}{V_0} = \frac{0.995\cdot 10^{30}}{\frac{4\pi(10^7)^3}{3}} = \frac{3\cdot 0.995\cdot 10^{30}}{4\cdot\pi\cdot 10^{21}} = 2.27\cdot 10^{8}\,\frac{kg}{m^3}$

mol per kubikmeter: $\frac{m_k}{\theta} = 5.67\cdot 10^{10}\,\frac{mol}{m^3}$

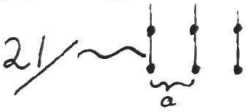
Antal atomer: $\frac{m_k}{\theta}\cdot N_A = 3.4\cdot 10^{34}\,m^{-3}$

Två elektroner per atom: $n_0 = 2\cdot\frac{m_k}{\theta}N_A = 6.82\cdot 10^{34}\,m^{-3}$

$\rightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{3n_0}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} = 9.76\cdot 10^{-15}\,J$

Termitemperaturen ges av. $E_F = kT_F \rightarrow T_F = \frac{E_F}{k} = 7.07\cdot 10^{8}\,K$

$kT_0 = 1.38\cdot 10^{-16} << E_F = 9.76\cdot 10^{-15} \rightarrow$ Klassisk gas är antagligen endålig approximation.

21/ 

a) Reflektionslagen: $2a\sin(\theta) = n\lambda \Rightarrow [\theta = \frac{\pi}{2}] \Rightarrow \lambda = \frac{2a}{n}$ ← Våglängder som reflekteras med konstruktiv interferens.

b) $p = \hbar k = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{2a} = \frac{\pi}{a}n$ ← k-vektor/tal som reflekteras med konstruktiv interferens.

22/ Elektron i endimensionell metall beskrivs av: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx}$

a) Ange sannolikhetstätheten: $|\phi|^2 = \sqrt{\frac{1}{L}\left(\cos^2(kx)+\sin^2(kx)\right)}^2 = \sqrt{\frac{1}{L}}^2 = \frac{1}{L}$

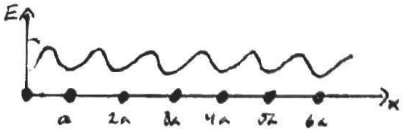
b) FEM Hamiltonianen applicerad på vågfunktionen ger dens kinetiska energi:

$\hat{H}\phi = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx} = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}(-k^2)\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx} = \frac{\hbar^2k^2}{2m}\phi = E\phi \rightarrow E_{kin} = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$

c) Rörelsemängdsoperatorn applicerad på vågfunktionen ger dess rörelsemängd:

$\hat{p}\phi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\phi = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx}\right) = i\hbar\cdot ik\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx} = \hbar k\phi \rightarrow p = \hbar k$

d) skissa potentialen; $V(x) = -V_0\cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right)$ med atomernas läger. →



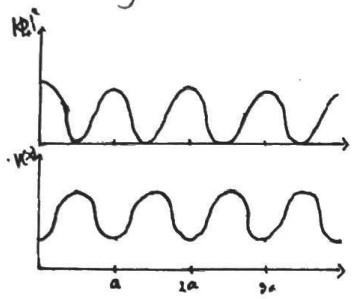
e) Sannolikheten för vågfunktionerna nedan:

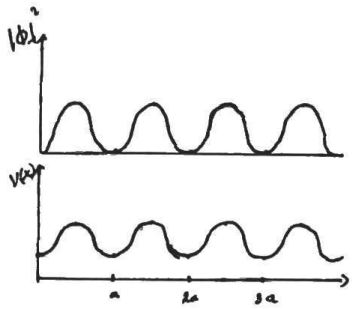
$\begin{cases} \phi_+ = \frac{1}{\sqrt{2L}}\left(e^{ikx}+e^{-ikx}\right) \\ \phi_- = \frac{1}{2L}\left(e^{ikx}-e^{-ikx}\right) \end{cases}$, $e^{\pm ikx} = \cos(kx)\pm i\sin(kx) \rightarrow \begin{cases} \phi_+ = \frac{1}{\sqrt{2L}}2\cos(kx) \\ \phi_- = \frac{1}{\sqrt{2L}}2i\sin(kx) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |\phi_+|^2 = \frac{4\cos^2(kx)}{2L} = \frac{2}{L}\cos^2(kx) \\ |\phi_-|^2 = \frac{4\sin^2(kx)}{2L} = \frac{2}{L}\sin^2(kx) \end{cases}$

Fortsättning nästa blad →

22. Fortsättning

e)





$$|\phi_+|^2 = \frac{2\cos^2(kx)}{L} \qquad |\phi_-|^2 = \frac{2\sin(kx)}{L}$$

f) Rörelsemängdens väntevärde.

Stående vågor -> rörelsemängden borde vara noll.

$$\begin{cases} \phi_+ : \langle \phi_+^* | \hat{p} | \phi_+ \rangle = \frac{4}{2L}(i\hbar)\int_0^L \cos(kx)\frac{\partial}{\partial x}\cos(kx)\,dx = \frac{-2i\hbar k}{L}\int_0^L \frac{\sin(2kx)}{2}\,dx = \frac{i\hbar k}{L}\left(\frac{\cos(2k0)-\cos(2kL)}{2k}\right) = 0 \\ \phi_+ = \frac{2}{\sqrt{2L}}\cos(kx) \end{cases}$$

$$\phi_- : \langle \phi_-^* | \hat{p} | \phi_- \rangle = \frac{2i\hbar k}{L}\int_0^L \sin(kx)\cos(kx)\,dx \sim \cos(0) - \cos(2kL) = 0$$

$$\phi_- = \frac{2i}{\sqrt{2L}}\sin(kx)$$

g) Kinetiska energin för tillstånden

Operatorn för kinetiska energin: $\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2$

$$\phi_+ : \langle \phi_+^* | \hat{H} | \phi_+ \rangle = \frac{-\hbar^2}{mL}\int_0^L \cos(kx)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\cos(kx)\,dx = \frac{+\hbar^2 k^2}{mL}\int_0^L \cos^2(kx)\,dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2mL}\int_0^L 1 + \cos(2kx)\,dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2mL}\int_0^L dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\phi_- : \langle \phi_-^* | \hat{H} | \phi_- \rangle = \frac{+\hbar^2 k^2}{mL}\int_0^L \sin^2(kx)\,dx = \frac{\hbar^2 k^2}{mL}\int_0^L \frac{1-\cos(2kx)}{2}\,dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2mL}\int_0^L 1\,dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

h) Den potentielle energin, med: $\left[V(x) = -V_0\cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right),\ k = \frac{\pi}{a}\right]$

$$\phi_+ : \langle \phi_+^* | V(x) | \phi_+ \rangle = \frac{-4V_0}{2L}\int_0^L \cos^2(kx)\cos(2kx)\,dx = \frac{-2V_0}{2L}\int_0^L \cos(2kx) + \cos^2(2kx)\,dx = \frac{-V_0}{2L}\int_0^L 1 + \cos(4kx)\,dx = \frac{-V_0}{2}$$

$$\phi_- : \langle \phi_-^* | V(x) | \phi_- \rangle = \frac{+i^2 2V_0}{L}\int_0^L \sin^2(kx)\cos(2kx)\,dx = \frac{-2V_0}{2L}\int_0^L \cos(2kx) - \cos^2(2kx)\,dx = \frac{V_0}{L}\int_0^L \cos^2(kx)\,dx = \frac{V_0}{2L}\int_0^L 1 + \cos(4kx)\,dx = \frac{V_0}{2}$$

i) Hur stort är bandgapet.

Eftersom ϕ_+ förskjuts nedåt med $E(\phi_+) = E_0 - \frac{V_0}{2}$ och ϕ_- med $E(\phi_-) = E_0 + \frac{V_0}{2}$

blir bandgapet $bg = |E(\phi_+) - E(\phi_-)| = V_0$

j)

23/ $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$, $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x \le L \\ \infty & \text{annars} \end{cases}$

a) Bestäm E_n och ϕ_n

för ett stationär-brunnproblem antar jag:

$\phi_n = A\sin(\frac{\pi}{L}nx) = A\sin(kx)$, $k = \frac{\pi}{L}n$

normalisera: $|\phi_1|^2 = \langle \phi_1^* | \phi_1 \rangle = \int_0^L A^2 \sin^2(\frac{\pi}{L}x)dx = \frac{A^2}{2}\int_0^L 1 - \cos(\frac{\pi}{L}x)dx = \frac{L}{2}A^2 = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$

$\rightarrow \phi_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(kx)$

Energierna ges av:

$\hat{H}\phi_n = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n = \frac{-\hbar^2}{2m}k\frac{\partial}{\partial x}\cos(kx)\sqrt{\frac{2}{L}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\phi_n \rightarrow E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

---

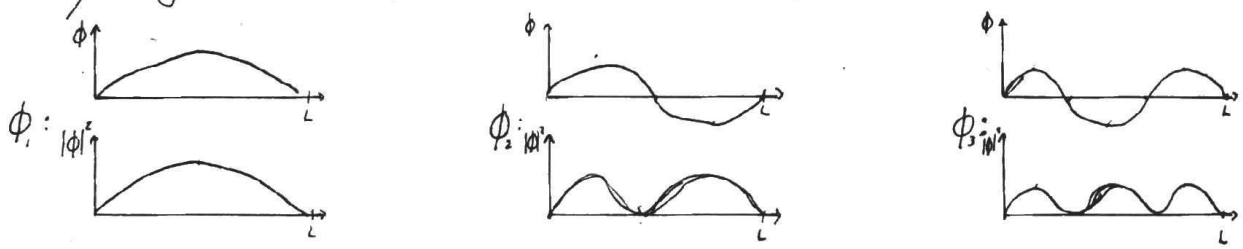
b) Visa att vågfunktionerna är ortogonala:

$\phi_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(kx) = \sqrt{\frac{2}{L}}\frac{e^{ikx} - e^{-ikx}}{2i} = \sqrt{\frac{2}{L}}\frac{i}{2}(e^{-ikx} - e^{ikx})$

Ortogonala om $\langle \phi_n | \phi_m \rangle = 0$, $k_n \pm k_m = a\frac{\pi}{L}$, $a \in \mathbb{Z}$

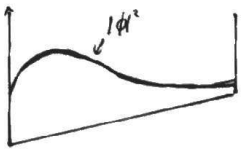
$\langle \phi_n | \phi_m \rangle = \frac{2}{L}\int_0^L \left(\frac{-1}{4}\right)\left(e^{-i(k_n+k_m)x} - e^{-i(k_n-k_m)x} - e^{i(k_n-k_m)x} + e^{i(k_n+k_m)x}\right)dx = 0$ tg $\int_0^L e^{\pm i(k_n \pm k_m)x}dx = e^{\pm i\frac{\pi}{L}aL} - e^0 = 0$

c) Vågfunktionerna, ϕ_n, och sannolikhetstätheterna, $|\phi_n|^2$, för de första tre nivåerna.



d) Lägger på ett elektriskt fält $\rightarrow V_{el}(x) = e\mathcal{E}(x - \frac{L}{2})$, $\hat{H} = \hat{H}_0 + V_{el}$

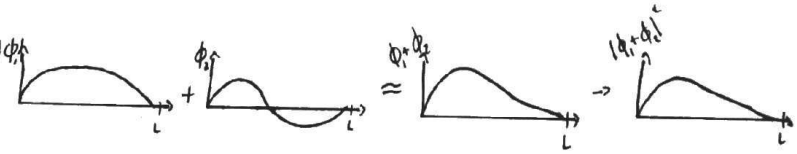
Skissa potentialbrunnen och sannolikhetstätheten för ϕ_1. $\rightarrow$



e). Då V_{el} ej verkar på ϕ blir energierna oförändrade

$V_{el}\phi = V_{el}\phi \rightarrow E_n$: $\hat{H}\phi = \frac{+\hbar^2 k^2}{2m}\phi_n + V_{el}\phi_n \rightarrow E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

f) Då $\phi_1^0 + \phi_2^0 =$



o

23. forts.

g) $\phi_1 = C_1\phi_1^0 + C_2\phi_2^0$, De ostörda tillstånden för att approximera de störda.

Sätt i $\hat{H}$ och multiplicera med konjugaten från vänster -> integrera över bredden, L.

ϕ_1^0 V.L./ $\langle \phi_1^{0*}|\hat{H}|\phi_1\rangle = E_n\phi_n = C_1\int_0^L \phi_1^0\hat{H}^0\phi_1^0\,dx + C_1\int_0^L \phi_1^0 V(x)\phi_1^0\,dx + C_2\int_0^L \phi_1^0\hat{H}^0\phi_2^0\,dx + C_2\int_0^L \phi_1^0 V(x)\phi_2^0\,dx$

$\int_0^L \phi_1^0 V(x)\phi_1^0\,dx = 0$ ty $\cancel{\int_0^L \phi_1^0 V(x)\,dx = 0}$ $|\phi_1^0|^2$ är jämn och $V(x)$ är udda

$\int_0^L \phi_1^0\hat{H}^0\phi_2^0\,dx = E_2^0\int_0^L \phi_1^0\phi_2^0\,dx = 0$ ty $\phi_1^0 \perp \phi_2^0$

$\rightarrow \langle \phi_1^{0*}|\hat{H}|\phi_1^0\rangle = C_1\int_0^L \phi_1^0\hat{H}^0\phi_1^0\,dx + C_2\int_0^L \phi_1^0 V(x)\phi_2^0\,dx = C_1E_1^0 + C_2C$

ϕ_1^0 H.L./ $\langle \phi_1^{0*}|E_n|\phi_1\rangle = C_1E_1\int_0^L \phi_1^0\phi_1^0\,dx + C_2E_1\int_0^L \phi_1^0\phi_2^0\,dx = C_1E_1$

ϕ_2^0 V.L./ $\langle \phi_2^{0*}|\hat{H}|\phi_1\rangle = C_1\int_0^L \phi_2^0\hat{H}^0\phi_1^0\,dx + C_1\int_0^L \phi_2^0 V(x)\phi_1^0\,dx + C_2\int_0^L \phi_2^0\hat{H}\phi_2^0\,dx + C_2\int_0^L \phi_2^0 V(x)\phi_2^0\,dx$

Samma resonemang som ovan ger:

$\langle \phi_2^{0*}|\hat{H}|\phi_1\rangle = C_1\int_0^L \phi_2^0 V(x)\phi_1^0\,dx + C_2E_2^0 = C_1C + C_2E_2^0$

ϕ_2^0 H.L./ $\langle \phi_2^{0*}|E_n|\phi_1\rangle = C_1E_1\int_0^L \phi_2^0\phi_1^0\,dx + C_2E_1\int_0^L \phi_2^0\phi_2^0\,dx = C_2E_1$

-> Vi får ekvationssystemet

$$\begin{pmatrix} E_1^0 & C \\ C & E_2^0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = E_1\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

h) Bestäm de störda energinivåerna.

$\begin{pmatrix} E_1^0 & C \\ C & E_2^0 \end{pmatrix}\bar{C} = E_1\bar{C} \rightarrow \begin{pmatrix} E_1^0 & C \\ C & E_2^0 \end{pmatrix} - IE = 0$ -> löser det karakteristiska polynomet för determinanten.

$\det\begin{pmatrix} E_1^0-E & C \\ C & E_2^0-E \end{pmatrix} = 0 \rightarrow E_1^0E_2^0 - (E_1^0+E_2^0)E + E^2 - C^2 = 0 \rightarrow E^2 - (E_1^0+E_2^0)E + E_1^0E_2^0 - C^2 = 0$

$\rightarrow E = \frac{E_1^0+E_2^0}{2} \pm \sqrt{\frac{E_1^{0^2}+2E_1^0E_2^0+E_2^{0^2}}{4} - \frac{4E_1^0E_2^0}{4} + C^2} = \frac{E_1^0+E_2^0}{2} \pm \sqrt{\frac{(E_1^0-E_2^0)^2}{4} + C^2}$

i) Lägsta nivån är mindre än den ostörda nivån.

$\frac{E_1^0+E_2^0}{2} - \sqrt{\frac{(E_1^0-E_2^0)^2}{4} + C^2} < E_1^0$

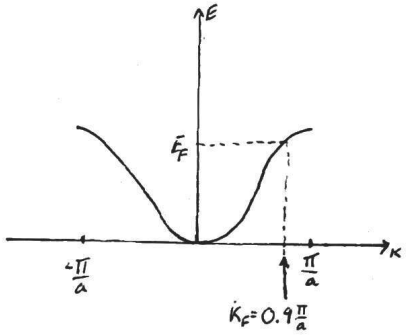
24/ a) Bestäm λ_F i koppar.

$$\left\{\begin{array}{l} E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n_{cu}}{8\pi}\right)^{2/3} \\ n_{cu} = 8.45\cdot 10^{28}\,m^{-3} \end{array}\right\} E_F = 1.125\cdot 10^{-18}\,J = 7.02\,eV$$

$$\left\{\begin{array}{l} \hbar k_F = \frac{h}{\lambda_F} \rightarrow k_F = \frac{2\pi}{\lambda_F} \\ E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \rightarrow k_F = \frac{\sqrt{2mE_F}}{\hbar} \end{array}\right\} \lambda_F = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE_F}} = 0.463\,nm$$

b) Bandgap då, $2a = n\lambda$, alltså då det är konstruktiv interferens för de reflekterade vågena.

$$\left\{\begin{array}{l} a = 0.209\,nm \\ \left.\begin{array}{l} 2a = n\lambda \rightarrow \lambda = \frac{2a}{n} \\ \frac{h}{2\pi}k = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \end{array}\right\} \text{K-värden vid bandgap: } k_{bg} = \frac{\pi}{a}n \\ \left.\begin{array}{l} k_F = \frac{k_F}{\frac{\pi}{a}}\frac{\pi}{a} = \frac{a k_F}{\pi}\frac{\pi}{a} \\ k_F = \frac{2\pi}{\lambda_F} = 1.358\cdot 10^{10} \end{array}\right\} k_F = 0.903\frac{\pi}{a} \\ E_F = 7.02\,eV \end{array}\right\}$$



c) Då E_F är i det första bandet är koppar en metall.

25/ $\left[\begin{array}{l} a = 0.25\,nm \\ \text{En dimensionell kristall} \end{array}\right]$ $\left[\begin{array}{l} Z = \text{antal valenselektroner.} \\ \text{Vågfunktioner med periodiska randvillkor} \end{array}\right]$ $\left[\begin{array}{l} \phi = Ae^{\pm ikx} \\ k = \frac{2\pi}{L}n \end{array}\right]$

a) Beräkna E_F för $Z = (3,4)$

$$\left\{\begin{array}{l} L\cdot S(E) = \text{spinn} \cdot \frac{\text{Längd tot}}{\text{Längd per k}} = 2\,\frac{2k}{\frac{2\pi}{L}} = \frac{2kL}{\pi} = \left[k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] = \frac{2\sqrt{2m}}{\hbar\pi}\sqrt{E} \\ Z(E) = \frac{\partial S(E)}{\partial E} = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar\pi}E^{-\frac{1}{2}} \end{array}\right\} n = \int_0^{E_F} Z(E)\,dE = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar\pi}2\sqrt{E_F} \rightarrow E_F = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{8m}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{n}{Z} = \frac{1}{a} = \frac{1}{0.25}10^9 = 4\cdot 10^9 \\ E_F = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{8m} \end{array}\right\} E_F = \frac{\hbar^2\pi^2}{8m}\cdot 4^2\cdot 10^{18}(3^2, 4^2) = \frac{2\hbar^2\pi^2}{m}\cdot 10^{18}\cdot(3^2, 4^2) = (2.17, 3.86)\cdot 10^{-18}\,J = (13.54, 24.07)\,eV$$

b) Bandgapen sker vid braggreflektion: $\left\{\begin{array}{l} 2a = n\lambda \\ \lambda = \frac{2\pi}{k} \end{array}\right\} k = \frac{\pi}{a}n$

$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2 \rightarrow E(n=1) = 6.02\,eV$, $E(n=2) = 24.07\,eV$, $E(n=3) = 54.15\,eV$

c) $Z = 3 \rightarrow$ metall då $E_F(Z=3)$ är mitt i ett band.

$Z = 4 \rightarrow$ Isolator då $E_F(Z=4)$ är mitt i ett bandgap.

26/ a) $k_{Fonon} = 2k_F$

b) $\begin{cases} v_{Fonon} = 3560\ m/s \\ E = hf = h\frac{v}{\lambda} \\ \frac{h}{2\pi}k = \frac{h}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \end{cases} \Delta E_c = E_{Fonon} = \frac{hvk}{2\pi} =$

$\begin{cases} n_{cu} = 8.45 \cdot 10^{28}\ m^{-3} \\ E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n_{cu}}{8\pi}\right)^{2/3} \\ E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \end{cases}$

$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n_{cu}}{8\pi}\right)^{2/3} \rightarrow k_F^2 = 4\pi^2\left(\frac{3n_{cu}}{8\pi}\right)^{2/3}$

$\rightarrow k_F = 2\pi\left(\frac{3n_{cu}}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = 1.358 \cdot 10^{10}$

$\begin{cases} \Delta E_c = E_{Fonon} = \frac{hvk_{Fonon}}{2\pi} \\ k_{Fonon} = 2k_F = 2.72 \cdot 10^{10} \end{cases} \Delta E_c = 0.064\,eV$

c) Beräkna $\frac{\Delta E_c}{E_F} = \frac{0.064}{7.02} = 0.0091$

27/ 1 Rydberg = 13.6 eV

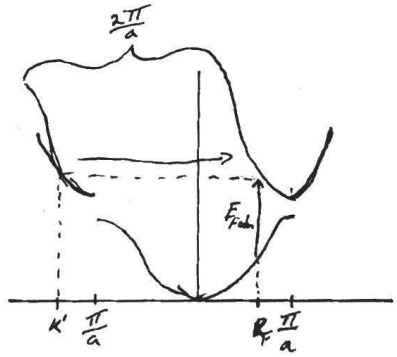
a) Tabell $\rightarrow E_F = -0.367$ Rydberg

Bara att gå rakt upp till nästa band och läsa upp y-värdet till $E' \approx -0.21$ Rydberg

$E_{min} = |E_F - E'| = 0.157$ Rydberg ≈ 2 eV

b) $a = \frac{a_0}{\sqrt{2}}$, tabell $\rightarrow a_0 = 0.4225 \cdot 10^{-9}\ m$

$\begin{cases} n_{nc} = 2.652 \cdot 10^{28}\ m^{-3} \\ E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n_{nc}}{8\pi}\right)^{2/3} \end{cases} \rightarrow E_F = 5.196 \cdot 10^{-19}\ J = 3.243\ eV$



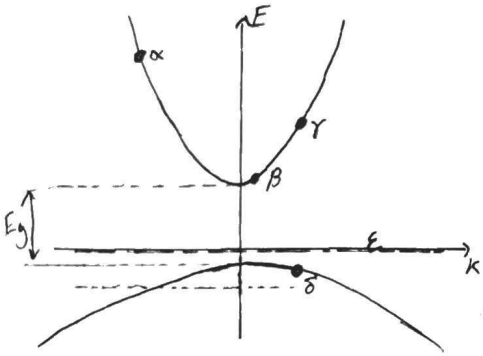
$\frac{1}{k_F^2} = \frac{\hbar^2}{2mE_F} \rightarrow k_F = \frac{\sqrt{2mE_F}}{\hbar} = 0.923 \cdot 10^{10}$

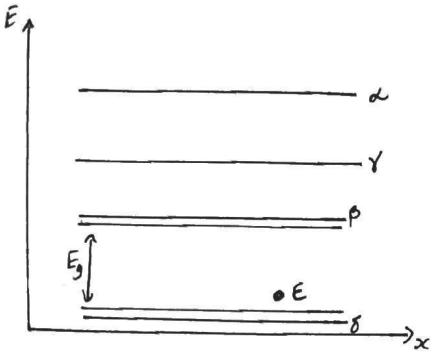
$k' = k_F - \frac{2\pi}{a} = k_F - \frac{2\sqrt{2}\pi}{a_0} = -1.181 \cdot 10^{10}$

$E' = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m} = 8.508 \cdot 10^{-19}\ J = 5.31\ eV$

$\rightarrow \underline{E_{Foton} = E' - E_F = 2.067\ eV}$

28/





a) ställ ut korrekta storheter på axlarna.

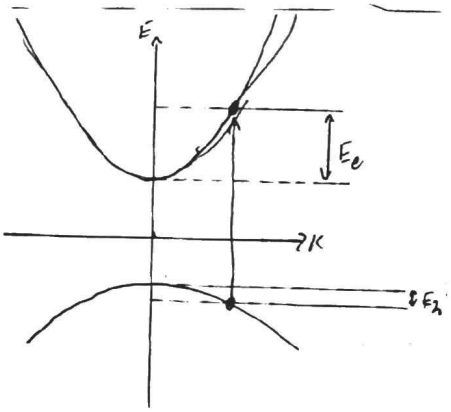
b) märk ut alla tillstånd i båda figurerna.
$K \sim p$, dvs rörelsemängd

Heisenberg ger → bestämt i rummet → obestämd rörelsemängd.

bestämd rörelsemängd → obestämd i rummet.

29/

a)



b) Bestäm elektronens k-vektor och energi och hålets

uttryckt i $[\mathcal{E}_h, \mathcal{E}_e, m_e^*, m_h^*, \hbar\omega, E_g]$

$$\hbar\omega - E_g = \mathcal{E}_h + \mathcal{E}_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

$$\rightarrow k^2 = \frac{\hbar\omega - E_g}{\frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{m_h^*} + \frac{1}{m_e^*}\right)} \rightarrow k = \sqrt{\frac{\hbar\omega - E_g}{\frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{m_h^*} + \frac{1}{m_e^*}\right)}}$$

$$\mathcal{E}_h = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}, \quad \mathcal{E}_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

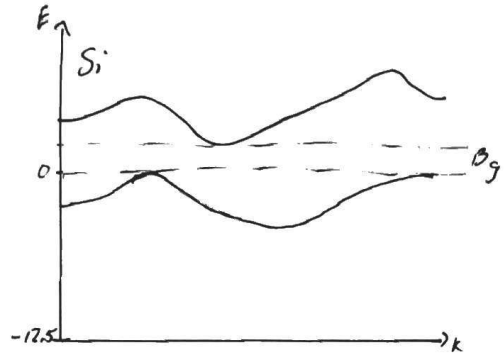
c) $\begin{bmatrix} \hbar\omega = 0.5\,eV, & m_e^* = 0.014 m_e \\ E_g = 0.23\,eV, & m_h^* = 0.4 m_e \end{bmatrix} \rightarrow k = \sqrt{\frac{4.33 \cdot 10^{-2}\,J}{\frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{m_h^*} + \frac{1}{m_e^*}\right)}} = 3.096 \cdot 10^{8}$

$$\rightarrow \mathcal{E}_h = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} = 1.46 \cdot 10^{-21}\,J = 0.0091\,eV$$

$$\mathcal{E}_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} = 4.18 \cdot 10^{-20}\,J = 0.261\,eV$$

30/

a) hitta och markera bandgapet →



b) Indirekt bandgap → ej lämpligt för lysdioder/lasar.

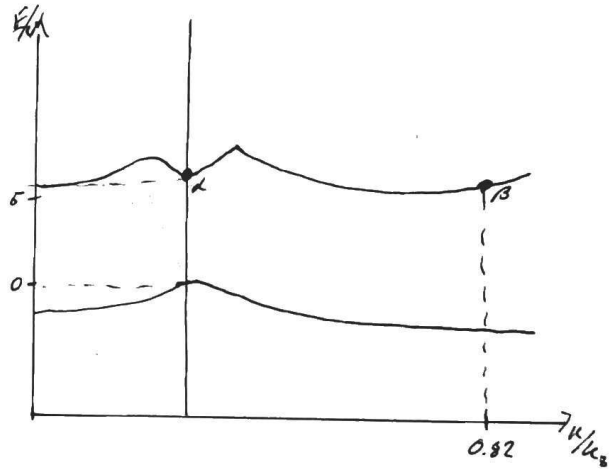
c) Beräkna $E_F(Si)$

$$\begin{cases} E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3n_{Si}}{8\pi}\right)^{2/3} \\ n_{Si} = 5.0\cdot10^{28}\,m^{-3}\cdot 4 \end{cases} \rightarrow E_F = 1.998\cdot10^{-18}\,J = 12.47\,eV$$

d) E_F ser ut att vara mitt i bandgapet → Si är en isolator

31/

a) Bandgapet $\simeq 5eV = E_g$



b) Mobiliteten ges av $\mu = \frac{e\tau}{m^*}$

$$m^* \sim \frac{1}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}} \rightarrow m^*_\beta > m^*_\alpha \rightarrow \mu_\alpha > \mu_\beta$$

c) Beräkna Brillouinzonen

$a = 1.8\,Å = 1.8\cdot10^{-10}\,m$

B-zonen är vid ± första k för vilket braggreflektion sker

$$\begin{cases} 2a = \pm\lambda \\ \frac{\hbar}{2\pi}k_{BZ} = \frac{h}{\lambda} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \end{cases} \rightarrow k_{BZ} = \frac{\pi}{a} = 1.75\cdot10^{10}$$

d) rörelsemängd för $\beta \rightarrow p = \hbar k = \hbar\cdot0.82\cdot1.75\cdot10^{10} = 1.51\cdot10^{-24}$ nästan noll.

32/

a) C, D, G har indirekta bandgap.

b) Högst energi för synligt ljus: $E_{blå} = hf = h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{380\cdot10^{-9}\,m} = 3.26\,eV$

$E_{grönt} = \frac{hc}{550\cdot10^{-9}} = 2.23\,eV$

$E_{rött} = \frac{hc}{700\cdot10^{-9}} = 1.77\,eV$

H: är genomskinlig för allt synligt ljus.

G: Genomskinlig rött och grönt

33/ a) $\begin{cases} \mu = 0.05\ m^2/Vs \\ \sigma = \mu \cdot en = \frac{1}{\rho} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{\mu e \rho} \\ \rho = 10\Omega m \end{cases}$ $n = \frac{1}{0.05 \cdot 10 \cdot e} = 1.25 \cdot 10^{19}\ m^{-3}$

b) F.S.
$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h$

c) $\left[\frac{\mu_e}{\mu_h} = 10,\ p = 10^{20}\ m^{-3},\ n = 10^{19}\ m^{-3},\ \sigma = 0.455\ (\Omega m)^{-1}\right]$

Bestäm $\mu = (\mu_e\ \mu_h)$

$$\begin{cases} \mu_e - 10\mu_h = 0 \\ ne\mu_e + pe\mu_h = 0.455 \end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ ne & pe \end{pmatrix} \bar{\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.455 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 1 & \frac{p}{n} \end{pmatrix} \bar{\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{0.455}{ne} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 0 & \frac{p}{n}+10 \end{pmatrix} \bar{\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{0.455}{ne} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{0.455}{ne(\frac{p}{n}+10)} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{4.55}{ne(\frac{p}{n}+10)} \\ \frac{0.455}{ne(\frac{p}{n}+10)} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \mu_e = \frac{4.55}{ne(\frac{p}{n}+10)} \\ \mu_h = 0.1\mu_e \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mu_e = 0.14\ m^2/Vs \\ \mu_h = 0.014\ m^2/Vs \end{cases}$$

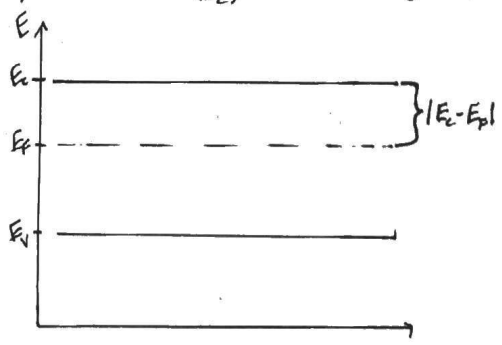
d) F.S.
$n \cdot p = n_i^2 \rightarrow n_i = \sqrt{10^{19} \cdot 10^{20}} = 3.16 \cdot 10^{19}\ m^3$

34/ $\begin{cases} a_0^* = \frac{4\pi\hbar^2\varepsilon_0\varepsilon_r}{e^2 m^*} \\ m_e^* = 0.066 m_e \\ \varepsilon_0 = 0.885 \cdot 10^{-11} \\ \varepsilon_r(GaAs) = 12.4 \end{cases}$ $a_0 = 9.92 \cdot 10^{-9}$

Överlappar då $N_0 = \frac{3}{4\pi a_0^3} = 2.45 \cdot 10^{23}\ m^{-3}$

35/ a) $\begin{cases} n = 10^{19}\ m^{-3} \\ Si \end{cases}$, Ledningsbandskanten: E_c, Hitta $|E_c - E_F|$

$$\begin{cases} n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT} \\ N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \\ m_e^* = 0.26 m_e \end{cases} \rightarrow \frac{n}{N_c} = e^{-(E_c - E_F)/kT} \rightarrow \ln\left(\frac{n}{N_c}\right) = \frac{E_F - E_c}{kT} \rightarrow E_F - E_c = kT \ln\left(\frac{n}{N_c}\right) = -5.27 \cdot 10^{-20}\ J = -0.33eV$$



$\rightarrow |E_c - E_F| = 0.33eV$

b) $n = 10^{20}\ m^{-3} \rightarrow |E_c - E_F| = 4.31 \cdot 10^{-20}\ J = 0.27eV$

c) Fermifördelningen blir mer "utsmetad" ju högre n.

$\uparrow n \rightarrow \uparrow E_F$

n-dopning höjer Ferminivån.

36/ $\left[\begin{array}{l} n\text{-typ Si} \\ T = 300k \\ \rho = 9\cdot 10^{-3}\,\Omega m \\ R_H = \frac{1}{qn} = \frac{-1}{en} = -3.9\cdot 10^{-4}\ m^3/As \end{array}\right]$

$m_c^* = 0.26 m_e$

a) Bestäm mobiliteten, μ.

$$\left\{\begin{array}{l} \mu = \frac{e}{m}\tau \\ \sigma = \frac{e^2\tau n}{m} = \mu e n \\ \rho = \frac{1}{\sigma} \end{array}\right\} \mu = \frac{1}{\rho e n} = \frac{1}{\rho}\cdot(-R_H) = \frac{1}{9}\cdot 10^3 \cdot 3.9\cdot 10^{-4} = 0.043\ m^2/Vs$$

B) Bestäm E_F.

$$\left\{\begin{array}{l} n = \frac{1}{e\cdot 3.9\cdot 10^{-4}} = N_c e^{-(E_c-E_F)/kT} \\ N_c = 2\left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \end{array}\right. \rightarrow \left\{ \ln\left(\frac{n}{N_c}\right) = \frac{E_F - E_c}{kT} \rightarrow E_c - E_F = -kT\ln\left(\frac{n}{N_c}\right) = +2.21\cdot 10^{-20}\ J = 0.138\,eV \right.$$

c) $$\left\{\begin{array}{l} F(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT}+1} \\ E = E_F + |E_c - E_F| \end{array}\right. \rightarrow F(E) = \frac{1}{e^{(E_c-E_F)/kT}+1} = 0.0048$$

d) Med så låg sannolikhet kan vi bortse från pauliprincipen

37/ $\left[\begin{array}{l} E_g = 2.2eV \\ n\text{-dopad} \\ N_D = 10^{23}\ m^{-3} \end{array}\right]$

a) Bestäm n om $n = \frac{N_D}{2} = 0.5\cdot 10^{23}\ m^{-3}$

$\left[n = \frac{N_D}{2}\right]$

b) Var är Ferminivån

Då 50% av N_D är joniserade är det precis 50% chans att donatorenergin är besatt. $E_F = E_D$

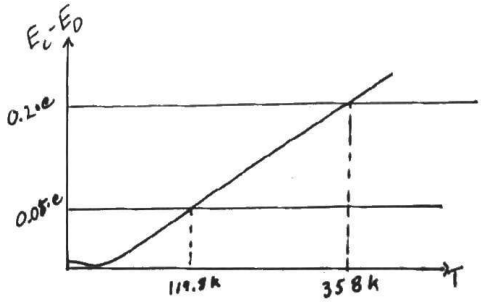
c) Uppskatta temperaturen för vilken $E_F = E_D$, Approximera N_c med $T=300k$.

för: $E_c - E_D = (0.05, 0.20)eV$

$$n = N_c e^{-(E_c-E_F)/kT} \rightarrow \ln\left(\frac{n}{N_c}\right) = \frac{-(E_c-E_D)}{kT} \rightarrow kT\ln\left(\frac{N_c}{n}\right) = E_c - E_D \rightarrow \boxed{T = \frac{E_c-E_D}{k\ln\left(\frac{N_c}{n}\right)} =}$$

$$N_c = 2.51\cdot 10^{25} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} T = \frac{0.05\cdot e}{k\ln\left(\frac{N_c}{n}\right)} = 93.3k \\ T = \frac{0.2\cdot e}{k\ln\left(\frac{N_c}{n}\right)} = 373.2k \end{array}\right.$$

d) $y = E_c - E_D = Tk\ln\left(\frac{2\cdot\left(\frac{2\pi m_c kT}{h^2}\right)^{3/2}}{0.5\cdot 10^{23}}\right)$



38/ $\left[E_g = E_g,\ m_e^* = m_v^*,\ E_g \gg kT,\ E_{tot} = 2\left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \times (E_g/2 + \alpha)e^{-E_g/2kT} = n \times (E_g/2 + \alpha)\right]$

a) α är elektronernas kinetiska energi, $\frac{E_g}{2}$ är den potentiala energin.

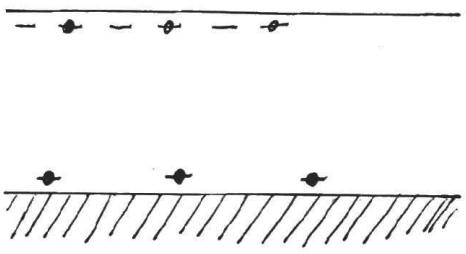
$\alpha = \frac{3}{2}kT$

b) om Nollnivån flyttas med till botten av bandgapet istället för mitten av bandgapet.

$\rightarrow E_{tot} = 2\left(\frac{m_e^* kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \times (E_g + \alpha)\, e^{-E_g/2kT} = n \times (E_g + \alpha)$

39/ [Si, dopat med arsenik, $\rho_{mätt} = 0.05\,\Omega m$, $\rho_{resultat} = 0.06\,\Omega m$]

a)



b) $\mu_e = 0.15\,\frac{m^2}{Vs}$ och alla $N_D \rightarrow N_D^+$

$\frac{1}{\rho_{resultat}} = n_2 e \mu_e + \cancel{p e \mu_h} \Rightarrow n_2 = \frac{1}{e\mu_e \rho_{res}} = 6.935 \cdot 10^{20}$

$\frac{1}{\rho_{mät}} = n_1 e \mu_e \rightarrow n_1 = \frac{1}{e\mu_e \rho_{mät}} = 8.322 \cdot 10^{20}$

$\begin{cases} N_D = n_1 = 8.322 \cdot 10^{20} \\ N_A = n_1 - n_2 = 1.39 \cdot 10^{20} \end{cases}$

40/ Dopat germanium

a) $\begin{cases} n = N_c e^{-\frac{E_g}{2kT}} \\ \sigma = ne\mu_e \\ \mu_e = 0.360,\ (T = 300) \\ \cancel{(\sigma, T) = (1, 400)} \\ (\sigma, T) = (2 \cdot 10^{-2}, 300) \\ m_e^* = 0.22 m_e \end{cases}$ $\rightarrow \frac{\sigma}{e\mu_e} = n = N_c e^{-\frac{E_g}{2kT}} \rightarrow \frac{E_g}{2kT} = \ln\left(\frac{e\mu_e N_c}{\sigma}\right) \rightarrow \boxed{E_g = 2kT \ln\left(\frac{e\mu_e N_c}{\sigma}\right)}$

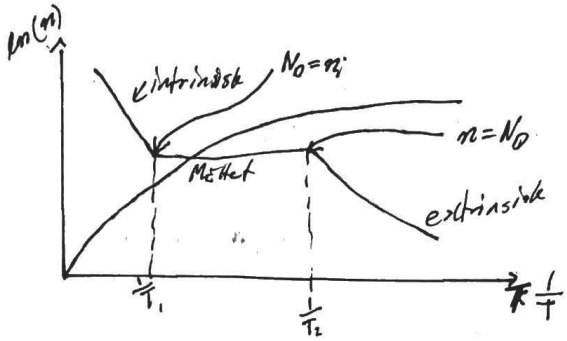
$E_g(\sigma = 2 \cdot 10^{-2}, T = 300) = 1.31 \cdot 10^{-19}\,J = 0.82\,eV$

b) De skiljer sig åt på grund av olika typ av doping och olika hårt dopat.

c) $\begin{cases} E_g = 1.31 \cdot 10^{-19}\,J \\ T = 300\,K \\ n = N_c e^{-\frac{E_g}{2kT}} \end{cases}$

4V [Si, $N_D = 10^{23}\ m^{-3}$] Skissa hur elektronkoncentrationen och konduktiviteten beror av temperaturen. Skissa även hål koncentrationen.

a)
$$\begin{cases} n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT} \\ p = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT} \\ \sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \\ \mu = \frac{e\tau}{m} \end{cases}$$



b) Vi vill jobba i mättnadsområdet då alla $N_D \to N_D^+$ och elektron koncentrationen ej ändras med temperaturen.

$$\begin{cases} m_e^* = 0.26 m_e \\ m_h^* = 0.69 m_e \\ \sqrt{N_c N_v}\, e^{\frac{-E_g}{2kT}} = n_i = N_D \end{cases} \rightarrow \frac{-E_g}{2kT} = \ln\left(\frac{N_D}{\sqrt{N_c N_v}}\right) \rightarrow T_1 = \frac{E_g}{2k \ln\left(\frac{\sqrt{N_c N_v}}{N_D}\right)}$$

$E_g(Si) = 1.12 \cdot e\ J = 1.79 \cdot 10^{-19}$

$$\left.\begin{cases} E_d = 13.6 \cdot \frac{m_e^*}{m_e \varepsilon_r^2} \\ \varepsilon_r(Si) = 11.8 \\ N_D^+ n = \sqrt{N_c N_D}\, e^{\frac{-E_d}{2kT}} \end{cases}\right\} \sqrt{\frac{N_D}{N_c}} = e^{\frac{-E_d}{2kT}} \rightarrow E_d = 2kT \ln\left(\sqrt{\frac{N_c}{N_D}}\right) \rightarrow T_2 = \frac{E_d}{2k \ln\left(\sqrt{\frac{N_c}{N_D}}\right)}$$

42/ $[Si,\ V = 1\,mm^3,\ N_A = 10^{22}\,m^{-3}]$

a) Hur många tillstånd i energiintervallet $E_v \to E_v - 3kT$, vid $T = 300K$.

Tillståndstätheten för NFEM ges av $Z(E) = C\sqrt{E_v - E}$, $C = \frac{4\pi L^3 (2m)^{3/2}}{h^3} = 6.088E^{46}$

$$N = \int_{E_v - 3kT}^{E_v} Z(E)\,dE = C\int_{E_v-3kT}^{E_v} \sqrt{E_v - E}\,dE = C\left[\frac{-2}{3}(E_v - E)^{3/2}\right]_{E_v-3kT}^{E_v} = \frac{2}{3}C(3kT)^{3/2}, \left[L^3 = V = 10^{-9}m^3,\ m_h^* = 0.69m_e\right]$$

$\to N = 5.622E^{16}$ st

b) Antal hål i Valensbandet ges av dopningen.

$N_h = N_A V = 10^{13}$ st

c)

d)
$$\begin{cases} l = V_{th}\cdot\tau \\ \mu_h = \frac{e}{m_h^*}\tau \to \tau = \frac{m_h^*\mu_h}{e} \\ \frac{3}{2}kT = \frac{m^* V_{th}^2}{2} \to V_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m_h^*}} \\ \mu_h = 0.048\ [F.S.] \end{cases} \quad l = \sqrt{\frac{3kT}{m_h^*}}\cdot\frac{m_h^*\mu_h}{e} = \sqrt{3kTm_h^*}\cdot\frac{\mu_h}{e} = 26.48\,nm$$

43/ Den längsta våglängden, lägsta energin, för vilket fotoner emitteras ger bandgapet E_g.

$$\begin{cases} \lambda = 1820\,nm \\ E_f = cp = c\frac{h}{\lambda} \end{cases} \quad E_g = E_f = 1.091E^{-19}\,J = 0.681\,eV$$

44/ a) stämmer ej b) Stämmer c) Stämmer ej d) Stämmer

45/ $I_0 = 10nA$, $U_0 = 10V$, $T = 300K$

$$I = I_0(e^{eU/kT} - 1) \rightarrow I(U) = I(0.1, 0.3, 0.5) = (4.69E^{-7}, 1.1E^{-3}, 2.51)A$$

46/ $$\begin{cases} I_n = I_0(e^{eU/kT} - 1) \\ 100 I_n = I_0(e^{eU/kT} - 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 = e^{eU/kT} - 1 \\ 100 = e^{eU/kT} - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 = e^{eU/kT} \\ 101 = e^{eU/kT} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{kT}{e}\ln(2) \\ U_2 = \frac{kT}{e}\ln(101) \end{cases} \rightarrow U_2 - U_1 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{101}{2}\right) = \Delta U$$

$$\rightarrow \Delta U = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{101}{2}\right) = 0.101\,V$$

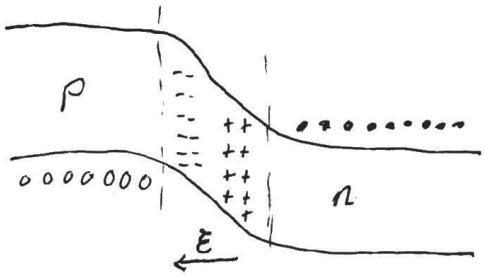
47/ Backströmmen $= J_0 \sim p_{n0} + n_{p0}$, alltså minoritetsladdningarna.

Ett större bandgap ger mindre sannolikhet för minoritetsladdningar. $\rightarrow$ mindre J_0

Då kisel har störst bandgap är det mest lämpligt för dioder.

48/ a) Överallt, men försombart överallt utom i utarmningsområdet.

b) Från n till p, de positiva gonerna till de negativa.



49/ $$\begin{cases} N_D = n = N_c e^{-(E_c - E_{Fn})/kT} \\ N_A = p = N_v e^{-(E_{Fp} - E_v)/kT} \end{cases} \rightarrow np = N_D N_A = N_c N_v e^{(E_{Fn} - E_{Fp} + E_v - E_c)/kT} \rightarrow \ln\left(\frac{N_D N_A}{N_c N_v}\right) kT = E_{Fn} - E_{Fp} + E_v - E_c$$

$$\begin{cases} \text{Samma material} \\ E_{Fn} - E_{Fp} = \Delta E_F = e\varphi_0 \end{cases} \rightarrow e\varphi_0 = \ln\left(\frac{N_D N_A}{N_c N_v}\right) kT + E_g, \left[N_c N_v e^{-E_g/kT} = n_i^2 \rightarrow E_g = kT \ln\left(\frac{N_c N_v}{n_i^2}\right)\right]$$

$$\rightarrow e\varphi_0 = kT\left(\ln\left(\frac{N_D N_A}{N_c N_v}\right) + \ln\left(\frac{N_c N_v}{n_i^2}\right)\right) \rightarrow \varphi_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$$

50/ $[Si, N_A = 10^{22} m^{-3}, N_D = 10^{21} m^{-3}, n_i = 10^{16} m^{-3}]$

a)

$$N_D x_n = N_A x_p$$

$$x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)}{eN_A N_D}}\sqrt{\varphi_0 - U}, \quad U = 0$$

$$\left.\begin{aligned} n_{p0} &= n_{n0} e^{-e\varphi_0/kT} \rightarrow \varphi_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right) \\ n_{p0}\cdot p_{p0} &= n_i^2 \rightarrow n_{p0} = \frac{n_i^2}{p_{p0}} = \frac{n_i^2}{N_A} \end{aligned}\right\} \varphi_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) = 0.655$$

$$\rightarrow \begin{cases} \varepsilon_r = 11.8 \\ x_n + x_p = 969.2\,nm \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_n + x_p = 969.2\,nm \\ N_D x_n = N_A x_p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_n + x_p = 969.2\,nm \\ x_p = \frac{N_D}{N_A} x_n \end{cases} \rightarrow x_n = \frac{969.2}{1 + \frac{N_D}{N_A}} = 881\,nm$$

$$\begin{cases} x_n + x_p = 969.2\,nm \\ x_n = 881\,nm \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_n = 881\,nm \\ x_p = 88\,nm \end{cases}$$

b) Vi vill ha större utarmningsområde, alltså backspänning.

Vi ser det i: $x_n + x_p \sim \sqrt{-U} \rightarrow U < 0$.

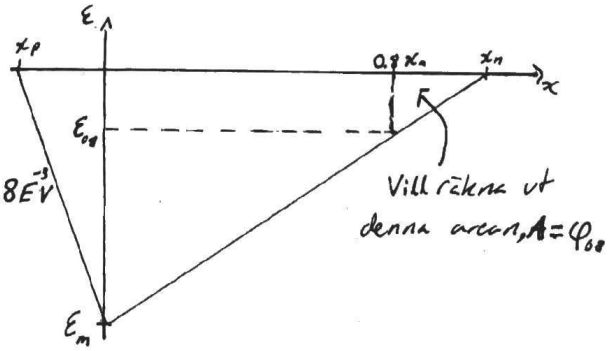
c)

$$\varphi_0 - U = \frac{(2x_n + 2x_p)^2 e N_A N_D}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)} \rightarrow U = \varphi_0 - \frac{4eN_A N_D(x_n+x_p)^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)} = -1.96\,V$$

51/ a) Från uppgift 50 $\rightarrow x_n = 881\,nm$, $w = 969.2\,nm$, $\varphi_0 = 0.655$

b) Total area ges av $A = \varphi_0 = \frac{(x_n+x_p)\mathcal{E}_m}{2} = \frac{w\mathcal{E}_m}{2}$

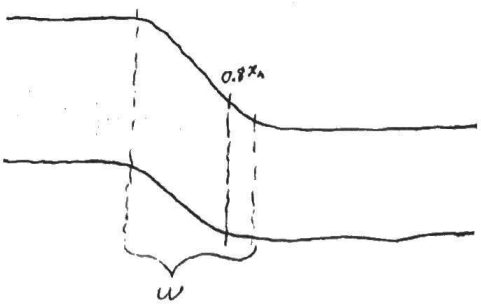
$$\rightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_m = \frac{2\varphi_0}{w} \\ \mathcal{E}_{08} = \frac{\mathcal{E}_m}{x_n} 0.2 x_n \end{cases} \rightarrow A = \frac{\mathcal{E}_{08}\cdot 0.2 x_n}{2} = \frac{\varphi_0 \cdot 0.2^2 \cdot x_n}{w} = 23.8E^{-3}\,eV$$



c)

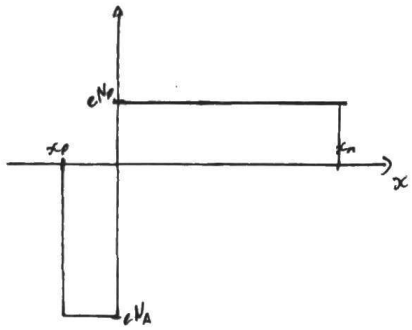
$$\begin{cases} n = N_D e^{-\varphi_{08}e/kT} = 3.98E^{20}\,m^{-3} \\ p = N_A e^{-(\varphi_0-\varphi_{08})e/kT} = 2.49E^{11}\,m^{-3} \end{cases}$$

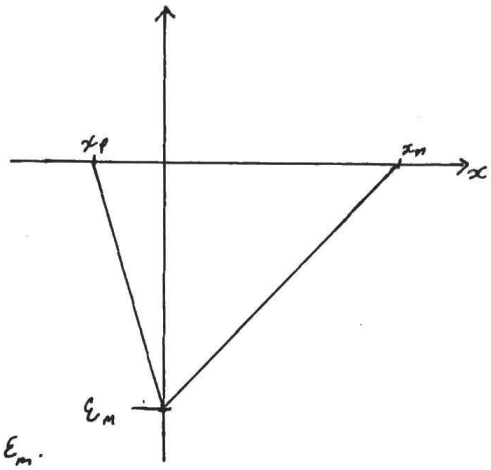
d) $\rho = e(N_D + p - n) = e(10^{21} + 2.49E^{11} - 3.98E^{20}) = 96.45\,Cm^{-3}$



52/

a)





b) Då man backspänner dioden ökar x_n, x_p och $\mathcal{E}_m$.

c) Då man framspänner dioden minskar x_n, x_p och $\mathcal{E}_m$.

d) [Ge, $N_A = 10^{23}\ m^{-3}$, $N_D = 10^{22}\ m^{-3}$, p^+n-diod.]

Räkna ut φ_0 och $\mathcal{E}_m$

$$\begin{cases} n_{p0} = n_{n0} e^{-e\varphi_0/kT} \\ n_{n0} = N_D \end{cases} \ln\left(\frac{n_{p0}}{n_{n0}}\right) = \frac{-e\varphi_0}{kT} \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right) = \frac{kT}{e}\ln\left(\frac{N_D}{n_{p0}}\right) = 0.419\,V}$$

$$\begin{cases} n \cdot p = N_c N_v e^{-E_g/kT} \\ (n,p) = (n_{p0}, N_A) \end{cases} n_{p0} = \frac{N_c N_v}{N_A} e^{-E_g/kT} = 9.17E^{14}$$

$$(E_g, m_e^*, m_h^*) = (0.66\,eV, 0.22 m_e, 0.31 m_e)$$

$$\begin{cases} N_D x_n = N_A x_p \\ x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)}{eN_AN_D}}\sqrt{(\varphi_0 - U)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_p = \frac{N_D}{N_A} x_n \\ x_n + x_p = 288\,nm \end{cases} \rightarrow \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) x_n = 288\,nm \rightarrow x_n = \frac{288}{1 + \frac{N_D}{N_A}} = 262\,nm$$

$$\begin{cases} (U, \varepsilon_r, \rho) = (0, 16.3, eN_D) \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \rightarrow \boxed{\mathcal{E}_m = \int_0^{x_n} \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} dx = \int_0^{x_n} \frac{eN_D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} dx = \frac{eN_D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} x_n = 2.9\,MV} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{br} = 2E^7\ V/m \\ \mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{br} = \frac{eN_D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} x_{nbr} \end{cases} x_{nbr} = \frac{\mathcal{E}_{br}\varepsilon_0\varepsilon_r}{eN_D} = 1802\,nm \rightarrow \begin{cases} x_{nbr} = \frac{1802}{x_{n0}} x_{n0} = 6.878\,x_{n0} \rightarrow w_{br} = 6.878\,w_0 \\ w_0 = 288\,nm \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_{br} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)}{eN_AN_D}}\sqrt{\varphi_0 - U} \\ \varphi_0 = 0.419\,V \end{cases} \rightarrow \sqrt{\varphi_0 - U} = \frac{w_{br}\sqrt{eN_AN_D}}{\sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)}} \rightarrow \varphi_0 - U = \frac{w_{br}^2 eN_AN_D}{2\varepsilon_0\varepsilon_r(N_A+N_D)} = 19.799\,V$$

$$\varphi_0 - U = 19.799\,V \rightarrow U = \varphi_0 - 19.799 = 0.419 - 19.799 = -19.38\,V$$

53/

$[Ge, N_A = 3.7E^{23}\,m^{-3}, N_D = 1.7E^{21}\,m, n_i = 2.4\cdot 10^{19}\,m^{-3}]$

a) $n_{n0} = N_D$, $n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} \rightarrow (n_{n0}, n_{p0}) = (1.7E^{21}, 1.56E^{15})\,m^{-3}$

b) $p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$, $p_{p0} = N_A \rightarrow (p_{p0}, p_{n0}) = (3.7E^{23}, 3.39E^{17})\,m^{-3}$

c) $U = 0.1\,V \rightarrow n_{pR} = n_{n0} e^{-e(\varphi_0+U)/kT} = n_{p0} e^{+eU/kT} = 7.47E^{16}\,m^{-3}$

$p_n = p_{p0} e^{-e(\varphi_0-U)/kT} = p_{n0} e^{e\varphi/kT} = 1.62E^{19}\,m^{-3}$

d) Långt bort från utarmningsområdet kvittar spänningen och laddningsbärarkoncentrationerna är detsamma som i a)

54/

54/ $[\lambda = 670nm,\ U_1 = 1.3V,\ I_1 = 0.015mA,\ U_2 = 1.6V,\ I_2 = 17mA,\ U_3 = -1V,\ C_3 = 86.3pF,\ U_4 = -10V,\ C_4 = 41{,}8pF$
$U_{br} = -20V,\ GaAsP,\ \varepsilon_r = 12,\ \mathcal{E}_{br} = 8\cdot 10^7\ V/m]$

a) Bestäm T i komponenten

Diodekvationen: $J = J_0(e^{eU/kT} - 1)$ → Vi räknar med ett ΔU och kan därför använda: $\frac{I_1}{I_2} = e^{\frac{e\Delta U}{kT}}$

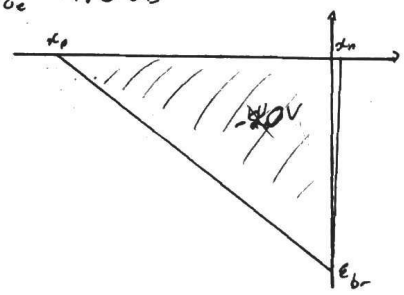
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{I_2}{I_1} = e^{\frac{e\Delta U}{kT}} \\ \Delta U = U_2 - U_1 = 0.3 \end{cases} \rightarrow T = \frac{e\Delta U}{k\ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)} = \frac{0.3e}{k\ln\left(\frac{17}{0.015}\right)} = 495k$$

b) Bestäm I_0.

$$I_2 = I_0\left(e^{U_2 e/kT} - 1\right) \rightarrow I_0 = \frac{I_2}{e^{\frac{eU_2}{kT}} - 1} = 8.72E^{-19}A$$

c) Bestäm laddningsbärarkoncentrationen på p-sidan om n-sidan är hårt dopad.

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \rightarrow \mathcal{E}_{br} = \frac{eN_A}{\varepsilon_0\varepsilon_r}x_p \approx \frac{eN_A}{\varepsilon_0\varepsilon_r}w \\ \frac{-\mathcal{E}_{br}\cdot x_p}{2} = -20V \approx \frac{-\mathcal{E}_{br}w}{2} \rightarrow w = \frac{40}{\mathcal{E}_{br}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_A = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\mathcal{E}_{br}}{ew} \\ w = \frac{40}{\mathcal{E}_{br}} \end{cases} \rightarrow N_A = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\mathcal{E}_{br}^2}{40e} = 1.06E^{23}$$



d) Beräkna φ_0.

$$\begin{cases} w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(\varphi_0 - U)}{e}\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \\ C = A\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{w} \end{cases}$$

Hårt n-dopat → $N_A + N_D \approx N_D$

$x_p \approx w$

$$\frac{w_3}{w_4} = \frac{C_4}{C_3} = \sqrt{\frac{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(\varphi_0 - U_3)}{e}\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(\varphi_0 - U_4)}{e}\frac{N_A + N_D}{N_A + N_D}}} = \sqrt{\frac{\varphi_0 - U_3}{\varphi_0 - U_4}} \rightarrow \frac{C_4^2}{C_3^2} = \frac{\varphi_0 - U_3}{\varphi_0 - U_4} \rightarrow \varphi_0 = \frac{U_3 - \frac{C_4^2}{C_3^2}U_4}{1 - \frac{C_4^2}{C_3^2}} = 1.76V$$

e)

$$\begin{cases} C = A\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0}{w} \rightarrow A = \frac{Cw}{\varepsilon_r\varepsilon_0} \\ w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(\varphi_0 - U)}{e}\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \end{cases} \rightarrow N_D >> N_A \rightarrow A = \frac{C}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(\varphi_0 - U)}{e}\frac{N_D}{N_A N_D}}$$

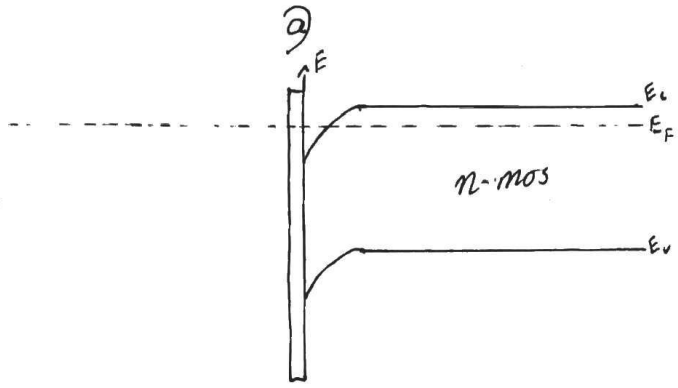
$$(C_3, U_3, \varphi_0) = (86.3pF,\ U_3 = -3V,\ 1.76V) \rightarrow A = \frac{86.3E^{-12}}{12\varepsilon_0}\sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(1.76V + 1V)}{e\cdot 1.06E^{23}}} = 1.51E^{-7}m^2$$

55/ Ideal mos-struktur.

Samma utträdesarbete -> samma ferminiva.

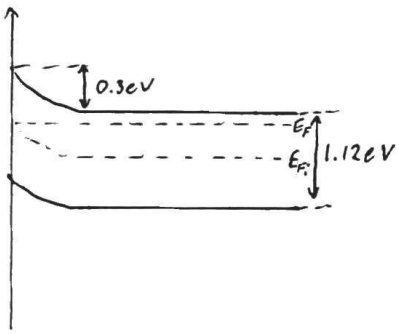
a)

b) +



56/ [Si, $N_D = 10^{22}\ m^{-3}$, $\varphi_{gt} = -0.3\,V$, $\varepsilon_r = 11.8$, $E_g = 1.12$]

a)



b) $\varphi(x) = \frac{-eN_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{(w-x)^2}{2}$, $\begin{cases} \mathcal{E}(x) = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} d(w-x) = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}(w-x) \\ \varphi = -\mathcal{E}(x)\,dx \end{cases}$

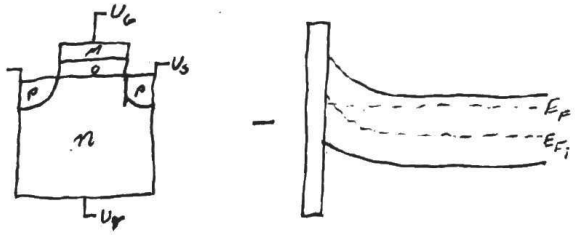
$$\begin{cases} \varphi(0) = -0.3 = \frac{-eN_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{(w)^2}{2} \rightarrow w = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot 0.3}{e \cdot N_D}} = 198\,nm \approx 0.2\,\mu m \\ \mathcal{E} = \frac{eN_D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} w = 3.03E^6\ V/m \end{cases}$$

c) Samma laddningstäthet i metallen som i halvledaren på ytan.

$\rightarrow e \cdot N_D \cdot w = 3.17E^{-4}\ C/m^2$

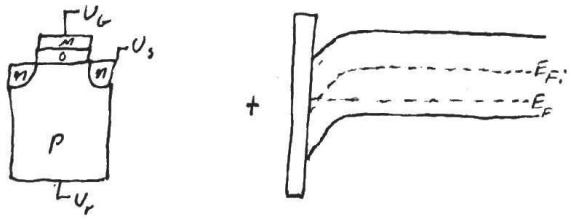
57/

PMos:



$\rightarrow \begin{cases} \text{Leder om } U_G - U_T \leq U_{Tr} \\ \text{Laddningsbärarna är hål} \end{cases}$

NMos



$\rightarrow \begin{cases} \text{Leder om } U_G - U_T \geq U_{Tr} \\ \text{Laddningsbärarna är elektroner} \end{cases}$

[$U_T(P) = 0V$, $U_T(N) = -5V$] [$U_{Tr}(P) = -2\,V$, $U_{Tr}(N) = 2\,V$]

a) $U_G = \binom{0}{-5} V \rightarrow \begin{pmatrix} off & on \\ on & off \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ N \end{pmatrix} \rightarrow U_{in} = (0, -5) \rightarrow U_{ut} = (-5, 0) \rightarrow$ Inverterare

b) $U_G = \binom{0}{5} V \rightarrow \begin{pmatrix} off & on \\ off & on \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ N \end{pmatrix} \rightarrow U_{in} = (0, 5) \rightarrow U_{ut} = (-5, -5) \rightarrow$ Ej inverterare