# KAPITEL 11

**11.3**

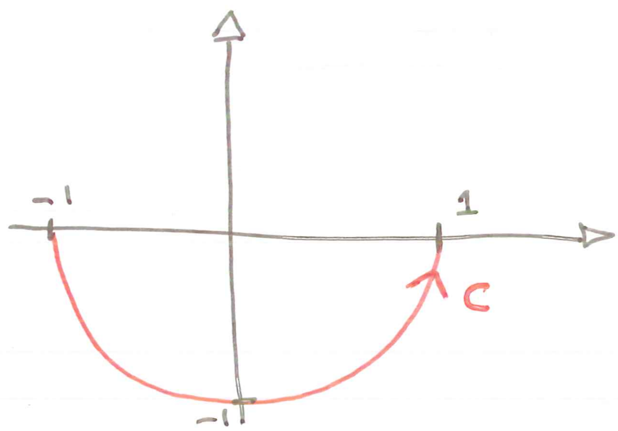
$$\boxed{\int_C \frac{1}{z}\,dz}$$

$f(z) = e^{-it}$, $\frac{dz}{dt} = -ie^{-it}$

a) Där C är nedre halvan av enhetscirkeln $\boxed{|z|=1}$

$$\int_C \frac{1}{z}\,dz = \Big[\mathrm{Log}_n(e^{it})\Big]_{-\pi}^{0} =$$

$$= i\mathrm{Arg}(1) - i\mathrm{Arg}(e^{-i\pi}) = \boxed{i\pi}$$




b) $$\int_D \frac{1}{z}\,dz = \Big[\mathrm{Log}_n(e^{-it})\Big]_{\pi}^{0} =$$

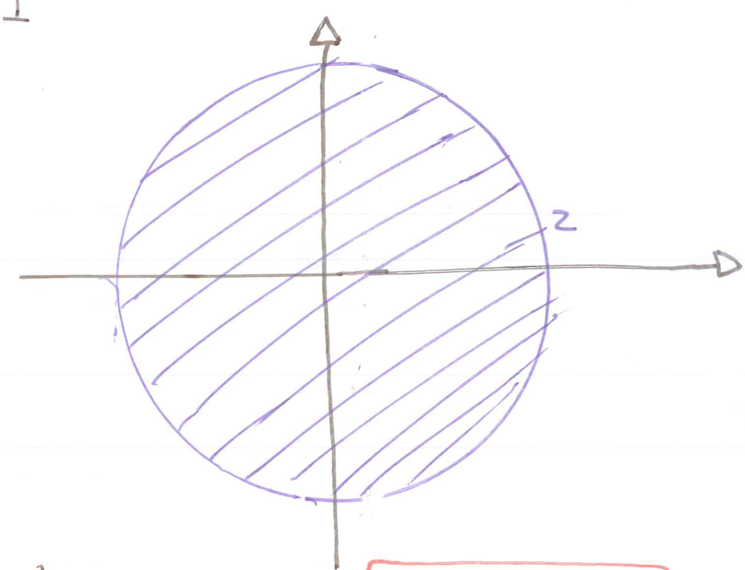
$$= i\mathrm{Arg}(1) - i\mathrm{Arg}(e^{i\pi}) = \boxed{-i\pi}$$

---

**11.6** $|f(z)| \leq M$ då $|z| \leq 1$

a) $$\left|\oint_{|z|=r} \frac{f(z)}{z-0}\,dz\right| =$$

$$= |2\pi i f(0)| = \boxed{2\pi M}$$



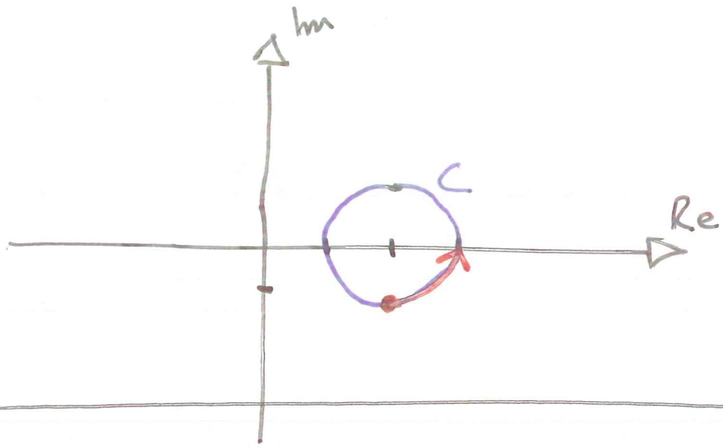

b) $$g(z) = z^2 \cdot f(z) \Rightarrow \left|\oint z f(z)\,dz\right| = \left|\oint \frac{g(z)}{z-0}\,dz\right| = \boxed{|2\pi i r^2 M|}$$

11.7

$$\int_C e^{2z}\,dz = \quad C \text{ är cirkelbågen } |z-2| = 1$$

$z: 2-i \rightarrow 3$

$$= \left[\frac{1}{2}e^{2z}\right]_{2-i}^{3} = \boxed{\frac{1}{2}\left(e^{6} - e^{4-2i}\right)} =$$




11.8

Gjorde ju redan det på uppgift 11.3

11.10

$$\int_C e^{\sin(z)} \cdot z^2\,dz = 0 \quad \boxed{C: \text{neg. orient. enh. cir.}}$$

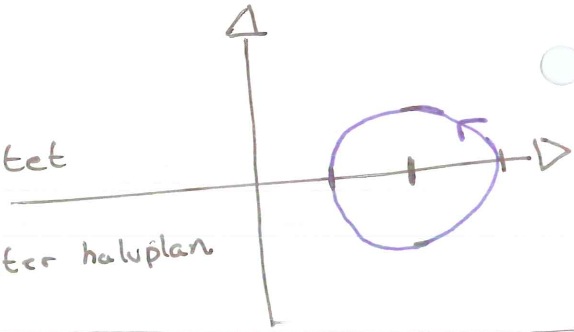
eftersom $e^{\sin(z)} \cdot z^2$ är holomorf i $\Omega$ (enh.-cirk.)

och C är sluten. Cauchys integralsats.

10.14 $\int_C f(z)\,dz = \pi i \quad C: |z-1| = 2$

a) Nej, det måste finnas en singularitet innanför C.

b) Ja, singulariteten kan ligga i vänster halvplan



10.15 $$\int_C \frac{e^w}{w-1}\,dw = 2\pi i \cdot e^1 = \boxed{2\pi i e}$$

Cauchys integralformel.