M46 MAX 50/38

eftersom förflyttningen är $\pm\Delta x$ och $\pm\Delta p_x$

7) $2\Delta x \cdot 2\Delta p_x \geq \hbar = h/2\pi$

Heisenbergs osäkerhetsprincip i x-led, enligt Concepts

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta x > \frac{h}{8\pi \cdot \Delta p_x}}$$

1

Svar: C

1/1

(Dock finns andra härledningar där de kommer fram till $\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{\hbar}{2}$ (wikipedia t ex))

M46

8) D, (1) eftersom mätningarna inte skedde samtidigt så gäller inte Heisenbergs osäkerhetsprincip. (1)

2/2

M46

9) D (1), eftersom mätningarna (1) är i olika dimensioner.

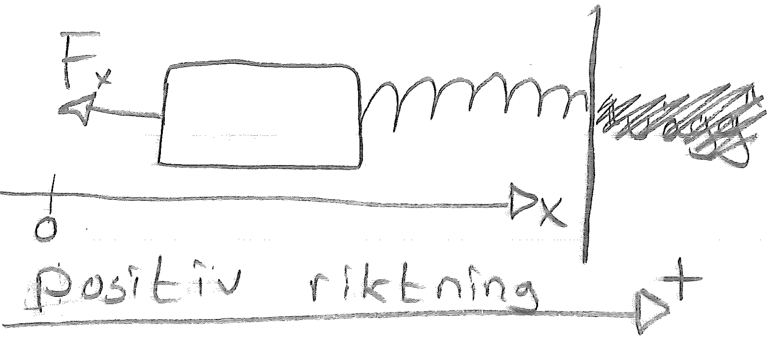
2/2

Ohlén

Kapitel 2

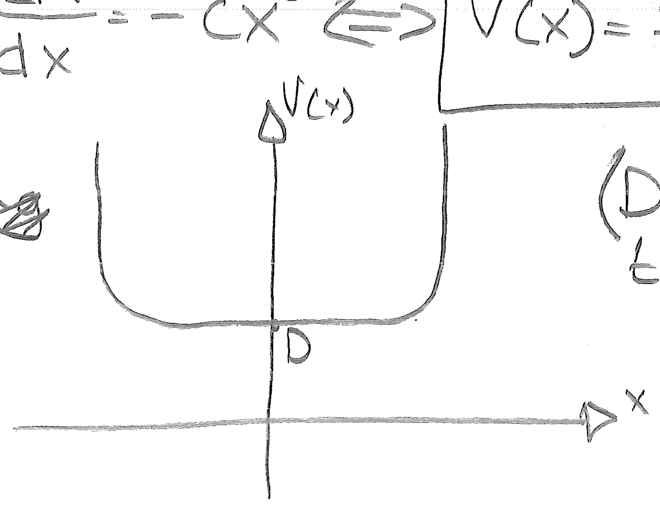
1 $F_x = -cx^3$ 5/5

a)



Då konstanten (och x) är positiva är F_x riktad åt vänster.
Då $x=0$ påverkas inte objektet ($F_x=0$) och då $x<0$ är F_x positiv (riktad åt höger). (1)

b) $-\frac{dV}{dx} = -cx^3 \iff \boxed{V(x) = \frac{cx^4}{4} + D}$ (1)



(D kan sättas till noll)

1

c) Energin i systemet är konstant.

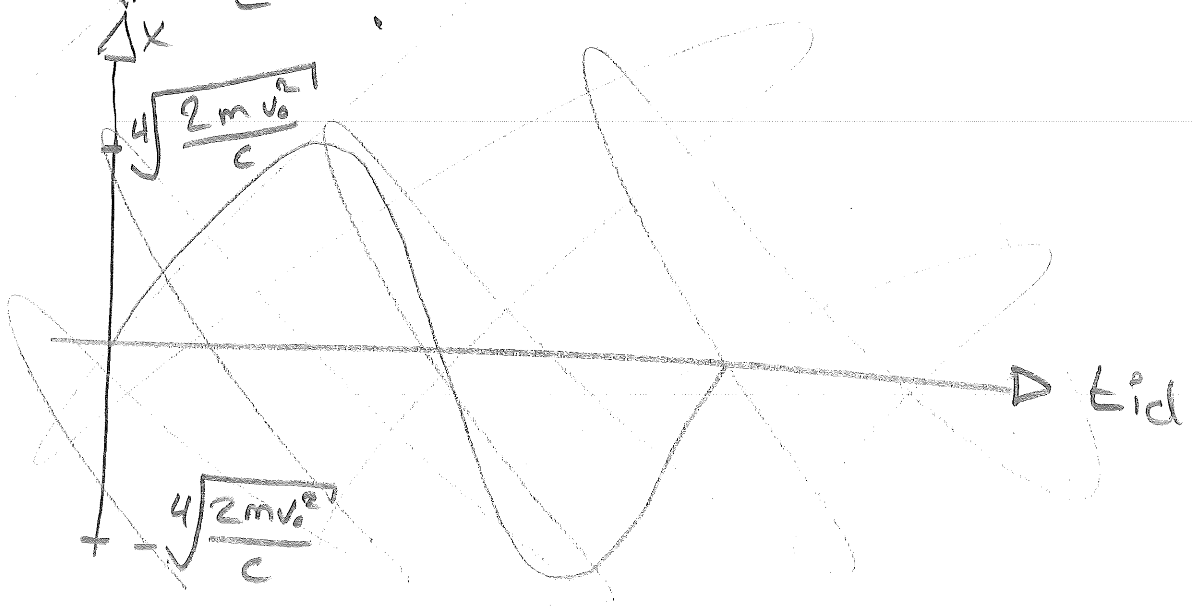
$$E_{kin} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$V(x) = E$ då all kinetisk energi omvandlats till potentiell energi. (1)
(vändpunkt)

$$\frac{cx^4}{4} = \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{\frac{2mv_0^2}{c}}$$ (1)

Kroppen kommer att oscillera mellan $\pm\sqrt[4]{\frac{2mv_0^2}{c}}$.



4

Schrödinger: $-\frac{\hbar}{2m}\cdot \varphi''(x) + V_{(x)}\cdot \varphi(x) = E\cdot\varphi(x)$ (1)

$V(x) = \frac{cx^4}{4} + D$

$F_x = -cx^3$

$F_x = \frac{dU}{dx}$

$\frac{dU}{dx} = cx^3$

jag sätter $D=0$

$V(x) = \frac{cx^4}{4}$ (1)

så:

$$\boxed{-\frac{\hbar}{2m}\cdot\varphi''(x) + \frac{cx^4}{4}\cdot\varphi(x) = E\cdot\varphi(x)}$$ (1)

3/3

KAPITEL 3

1 $E_{KIN} = 0,1eV = 0,1\cdot 1,602\cdot 10^{-19}\left[eV\cdot\frac{J}{eV} = J\right] = 1,602\cdot 10^{-20}J$

$N = 500\,s^{-1}$

$\phi_+(x) = A\cdot e^{ikx}$, $k = \sqrt{\frac{2m_e(E-V_0)}{\hbar^2}}$ (1), $N = |A|^2\cdot\frac{\hbar k}{m}$

$m_e = 9,1094\cdot 10^{-31}kg$

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6,602\cdot 10^{-34}}{2\pi}Js = 1,05457\cdot 10^{-34}Js$

$K = \sqrt{\frac{2\cdot 9,1094\cdot 10^{-31}kg\cdot 1,602\cdot 10^{-20}J}{(1,05457\cdot 10^{-34}Js)^2}} = \left[\frac{\sqrt{kg\cdot\frac{kgm^2}{s^2}}}{\frac{kgm^2}{s}} = \frac{kg\frac{m}{s}}{\frac{kgm^2}{s}} = \frac{m\cancel{kg}}{s}\cdot\frac{s}{\cancel{kg}m^2} = m^{-1}\right] =$ (1)

$= 1,620089\cdot 10^{9}m^{-1}$

$$N = |A|^2 \cdot \frac{\hbar k}{m}$$

(1)

$$\Leftrightarrow |A| = \sqrt{\frac{N \cdot m}{\hbar k}} = \sqrt{\frac{500\, s^{-1} \cdot 9{,}1094\, kg}{1{,}620088\, m^{-1} \cdot 1{,}05457 \cdot 10^{-34}\, Js}} =$$

$$= \left[\sqrt{\frac{\frac{1}{s} \cdot kg}{\frac{1}{m} \cdot \frac{kgm^2}{s^2}}} = \sqrt{\frac{\cancel{kg}}{s} \cdot \frac{m\cancel{s}}{\cancel{kg}m^2}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \right] = \boxed{5{,}16324 \cdot 10^{-2} \sqrt{m}^{-1}}$$

(1)

<u>Så:</u>

$$\boxed{\begin{array}{l} |A| = 0{,}05\, m^{-1/2} \quad (1) \\ k = 2 \cdot 10^9\, m^{-1} \quad (1) \end{array}}$$

Om A är reell kan vågformen skrivas:

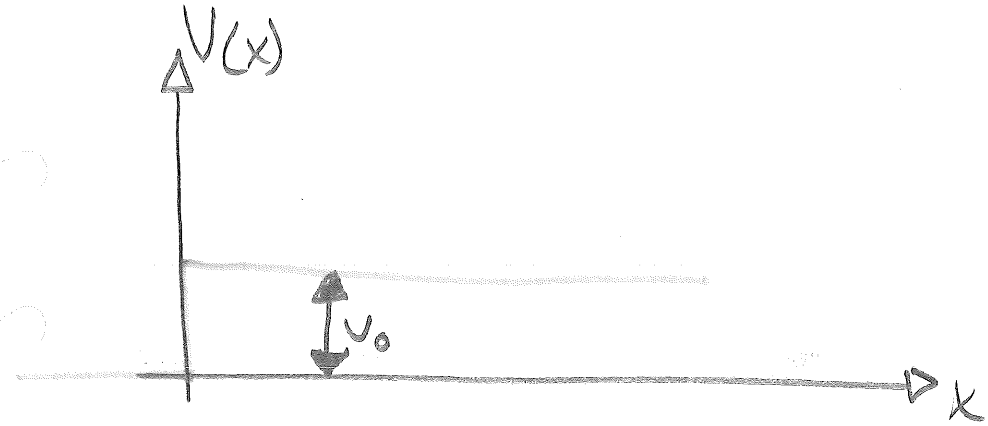
$$\boxed{\phi_+(x) = \pm 0{,}05\, e^{i \cdot 2 \cdot 10^9 x}}$$

if you write this down don't forget the units!

7/7

$\boxed{3}$ $V(x) = \begin{cases} 0, & x<0 \\ V_0, & x>0 \end{cases}$

$E > V_0$



a) $\phi_-''(x) + k^2\phi_-(x) = 0$, $k = \frac{\sqrt{2m(E-0)}}{\hbar}$ 1

$\phi_+(x) + K^2\phi_-(x) = 0$ $K = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}$ 1

$\phi_-(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$

$\phi_+(x) = Ce^{iKx} + De^{-iKx}$

Ae^{ikx} = inkommande partiklar fr. vänster

Be^{-ikx} = reflekterade partiklar

Ce^{iKx} = transmitterade partiklar

$De^{-iKx} = 0$. Inkommande partiklar fr. höger

Jag sätter $D=0$

$$\boxed{\phi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & , \quad x<0 \\ Ce^{iKx} & , \quad x>0 \end{cases}}$$

$\underline{x=0:}$ $\quad \phi_-(0) = \phi_+(0)$

$$Ae^0 + Be^0 = Ce^0$$

(1)

$$\phi_-'(0) = \phi_+'(0)$$

$$ikAe^0 - ikBe^0 = iKCe^0$$

$$\begin{cases} A+B=C \\ kA-kB=KC \end{cases}$$

Jag antar att A är given.
Då kan B och C skrivas:

$$kA-kB=K(A+B) \qquad\qquad kA-k(C-A)=KC$$

$$\Leftrightarrow A(k-K)=B(K+k) \qquad\qquad kA-kC+kA=KC$$

$$2kA=C(K+k)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{B=\frac{k-K}{k+K}A} \quad (1) \qquad\qquad \boxed{C=\frac{2k}{K+k}A}$$

b)

$$T = \frac{|S_{trans}|}{|S_{in}|} = \frac{\frac{\hbar K}{m}|C|^2}{\frac{\hbar k}{m}|A|^2} = \frac{K}{k}\left|\frac{2k}{K+k}\right|^2 = \frac{4kK}{(K+k)^2} = \quad (1)$$

$$= \frac{4\sqrt{E-V_0}\cdot\sqrt{E}}{\left(\sqrt{E-V_0}+\sqrt{E}\right)^2}\cdot\frac{\sqrt{2m}/\hbar}{\sqrt{2m}/\hbar} = \boxed{\frac{4\sqrt{E(E-V_0)}}{\left(\sqrt{E-V_0}+\sqrt{E}\right)^2}} \quad (1)$$

$$R = \frac{|S_{ref}|}{|S_{in}|} = \frac{\left|-\frac{\hbar k}{m}|B|^2\right|}{\left|\frac{\hbar k}{m}|A|^2\right|} = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \left(\frac{k-K}{k+K}\right)^2 = \quad (1)$$

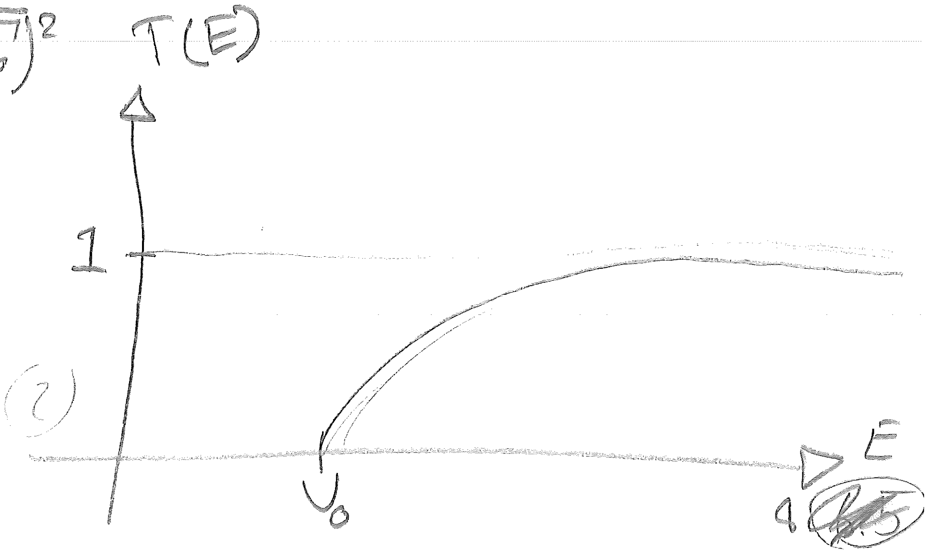
$$= \left(\frac{\sqrt{2m}/\hbar}{\sqrt{2m}/\hbar}\cdot\frac{\sqrt{E}-\sqrt{E-V_0}}{\sqrt{E}+\sqrt{E-V_0}}\right)^2 = \boxed{\left(\frac{\sqrt{E}-\sqrt{E-V_0}}{\sqrt{E}+\sqrt{E-V_0}}\right)^2}$$

c) $T(E) = \frac{4\sqrt{E(E-V_0)}}{\left(\sqrt{E}+\sqrt{E-V_0}\right)^2}$

$T(V_0) = 0$

$\lim_{E\to\infty} T(E) = 1$

(2)



4

Skillnaden mot 2 är att potential~~t~~hoppet är positivt och därför sker ingen transmittans innan energin når V_0.

d) $$R+T = \frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E-V_0}\right)^2}{\left(\sqrt{E} + \sqrt{E-V_0}\right)^2} + \frac{4\sqrt{E(E-V_0)}}{\left(\sqrt{E} + \sqrt{E-V_0}\right)^2} =$$

$$= \frac{E - 2\sqrt{E-V_0} + E - V_0 + 4\sqrt{E}\cdot\sqrt{E-V_0}}{\left(\sqrt{E} + \sqrt{E-V_0}\right)^2} =$$

$$= \frac{\left(\sqrt{E} + \sqrt{E-V_0}\right)^2}{\left(\sqrt{E} + \sqrt{E-V_0}\right)^2} = \boxed{1}$$

1

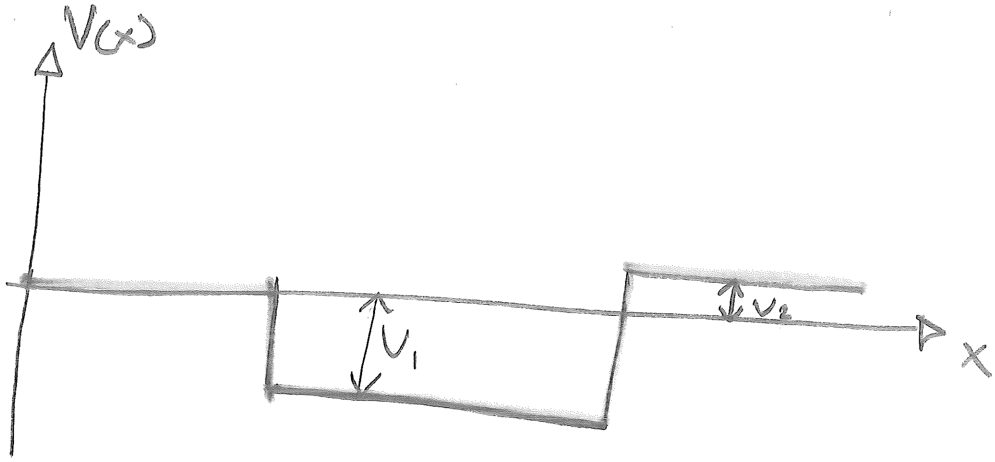
$$\boxed{\text{Svar: } R+T=1}$$

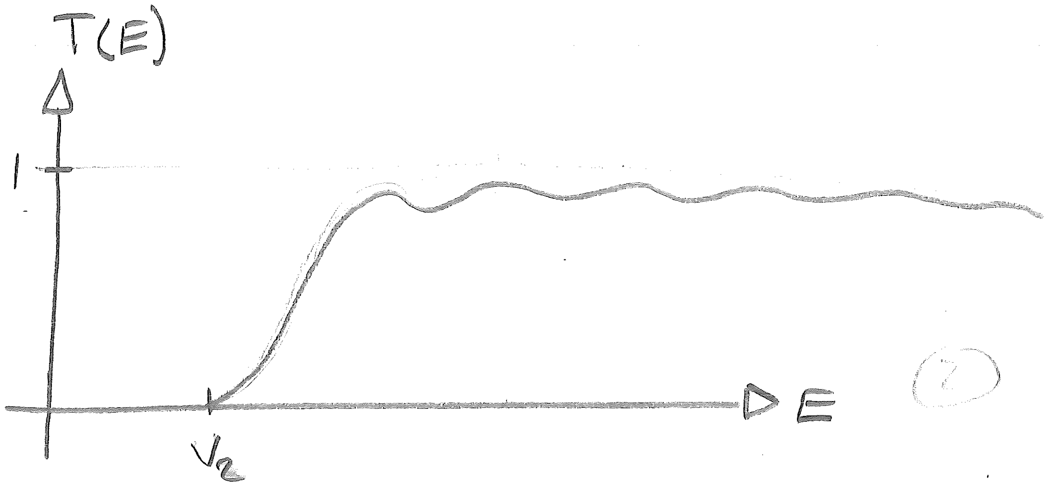
10/10

9

7

b)





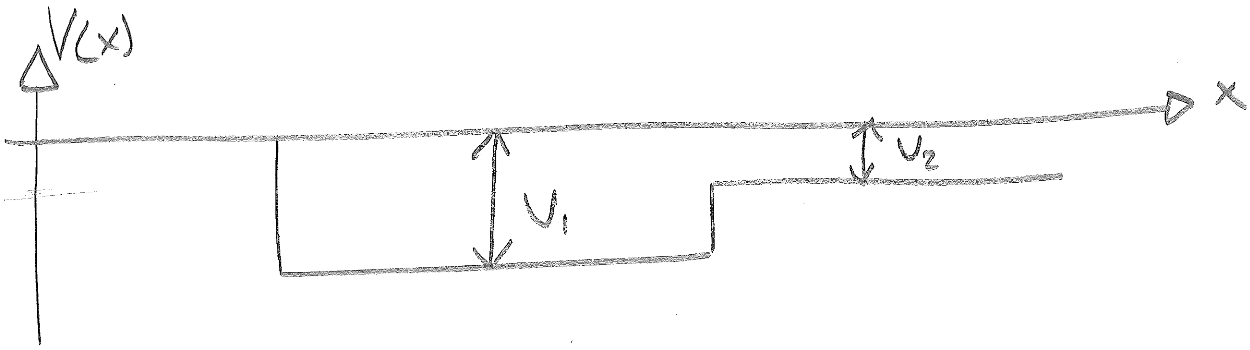
2

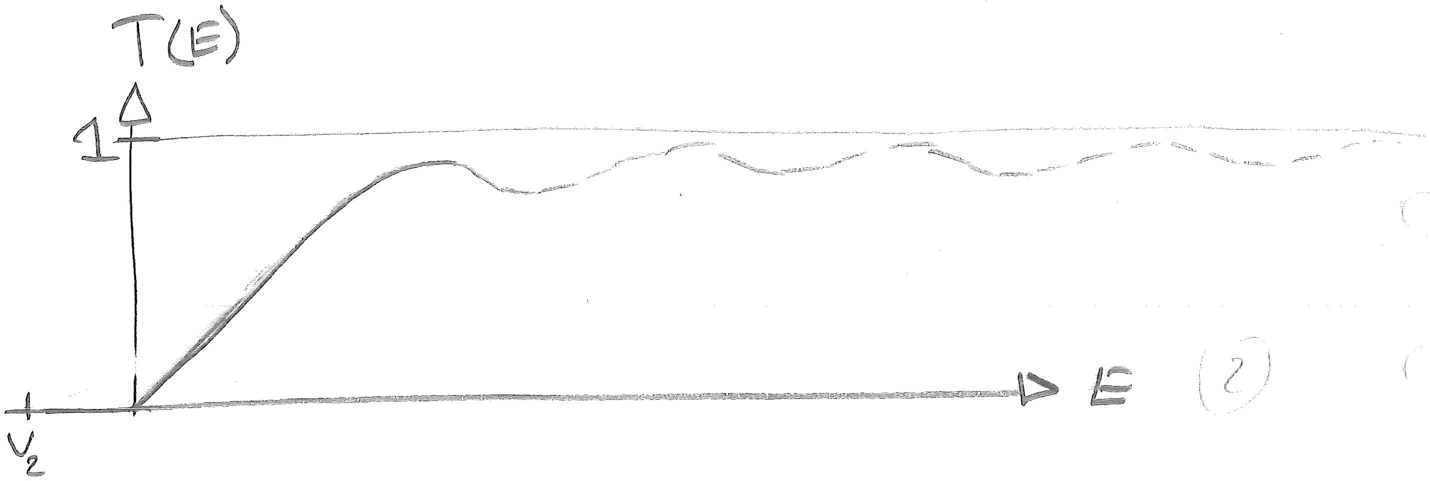
$T = 0$ då $E < V_2$ eftersom inga partiklar har tillräcklig energi.

Då ~~T~~ $E > V_2$ uppstår resonanser eftersom en del partiklar reflekteras. 1

Då $E \to \infty$ går $T(E) \to 1$ 1

c)





Både V_1 och V_2 är negativa potentialsteg. Det kommer ske både reflektion och transmission vid båda stegen. (1)

Därför uppkommer interferens.

$T(E) \to 1$ då $E \to \infty$ (1)

8/8

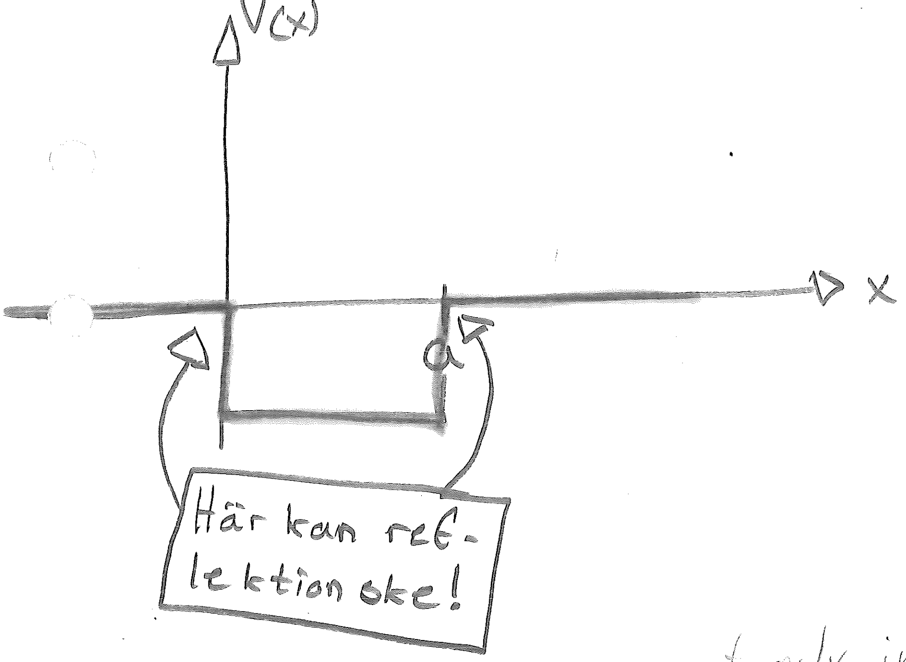
11

18

Kapitel 3

$\boxed{4}$

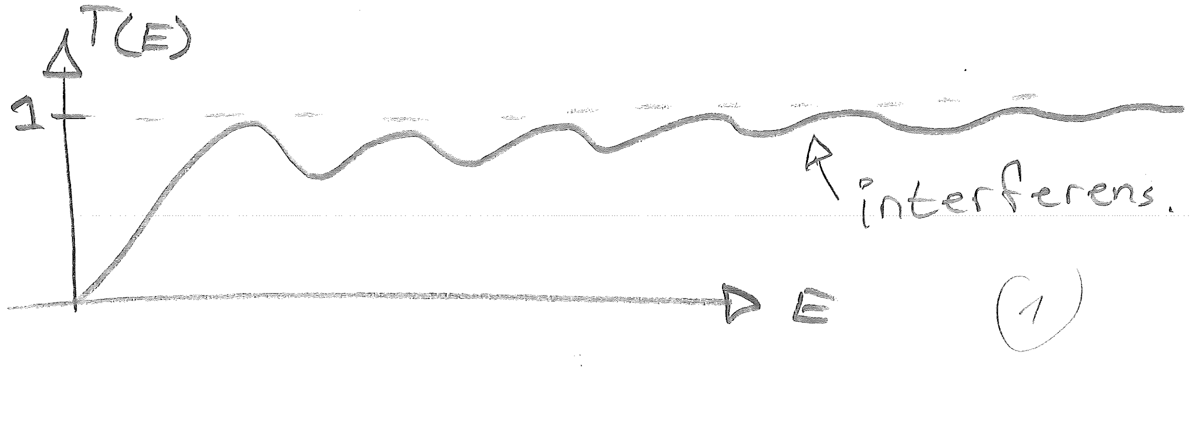
$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & 0<x<a \\ 0, & 0<x;\ x>a \end{cases}$$



not only in the well!

a) Det kan ske att det bildas en stående våg i brunnen. ~~Det~~ bildas ett inter- (1)
ferensmönster därför. Reflektion då $x=0$ och $x=a$

b)



(1)

c) $\phi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x<0 \\ Ce^{iKx} + De^{-iKx} & 0<x<a \\ Fe^{ikx} & x>a \end{cases}$ (1)

$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$, $K = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}$ (1)

I $\underline{x=0}$

$A+B = C+D$ (1)

which k?

$ikA - ikB = ikC - ikD$ (1)

I $\underline{x=a}$

$Ce^{iKa} + De^{-iKa} = Fe^{ika}$ (1)

$ikCe^{iKa} - ikDe^{-iKa} = ikFe^{ika}$ (1)

$$\boxed{\begin{cases} A+B = C+D \\ K(A+B) = K(C-D) \\ Ce^{ika} + De^{-ika} = Fe^{ika} \\ K(Ce^{ika} - De^{iKa}) = kFe^{ika} \end{cases}}$$

8/9

B

KATT

2.5

a) $q = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J = -e$ (elektron)

$Q = e$

$$F = \frac{q \cdot Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$|F(r)| = \frac{q\,Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \quad \text{och}$$

$$V(r) = -\int |F(r)|\,dr$$

$$= -\int \frac{-e \cdot e}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \boxed{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} + C}$$ (2)

b) $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$ (1)

$$\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(r) + V(r) \cdot \phi(r) = E \cdot \phi(r)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(r) - \frac{e^2}{4\pi r\varepsilon_0} \phi(r) = E \cdot \phi(r)}$$ (1)

4/4