KATTBOKEN

33/26

MAX Lindqvist

1.9

$$\Psi(x,0) = N\cdot e^{-k|x|} =$$

(4)

a) $$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left|N\cdot e^{-k|x|}\right|^2 = |N|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2k|x|} =$$

(1) (1)

$$= |N|^2\left(\int_{-\infty}^{0} e^{2kx} + \int_{0}^{\infty} e^{-2kx}\right) = |N|^2\cdot\left(\left[\frac{e^{2kx}}{2k}\right]_{-\infty}^{0} + \left[\frac{e^{-2kx}}{-2k}\right]_{0}^{\infty}\right)$$

$$= |N|^2\left(\frac{1}{2k} - 0 + 0 - \frac{1}{-2k}\right) = |N|^2\left(\frac{2}{2k}\right) = \frac{|N|^2}{k} = 1$$

$\Leftrightarrow \boxed{|N| = \sqrt{k}}$ (1) måste vara positivt eftersom $|N| \geq 0$

b) $$\rho(x,0) = |\Psi(x,0)|^2 = \sqrt{k}\cdot\left|e^{-k|x|}\right|^2$$

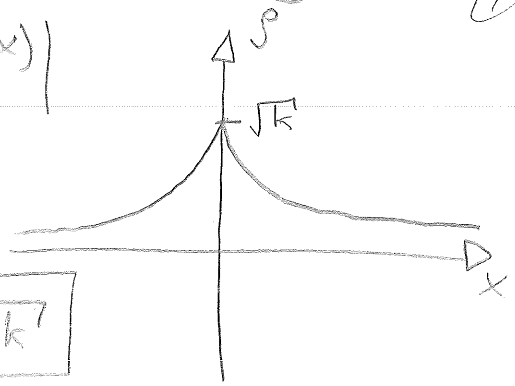
(6)

Funktionen är symmetrisk kring noll (1)

eftersom $\sqrt{k}\left|e^{-kx}\right| = \sqrt{k}\left|e^{-k(-x)}\right|$

$$\left(|x| = \begin{cases} -x & \text{då } x<0 \\ x & \text{då } x \geq 0 \end{cases}\right)$$

$$\lim_{x\to 0} \sqrt{k}\left|e^{-k|x|}\right| = \sqrt{k}\cdot e^{0} = \boxed{\sqrt{k}}$$



Detektorn har bredd a

Sannolikhetstätheten är maximal i $x=0$

$x=0 \Rightarrow \rho(0,0)=\sqrt{k}$

Vi placerar detektorn mellan $-\frac{a}{2}$ och $\frac{a}{2}$. (Mitten på noll) 1

$$P\left(-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}\right) \overset{1}{=} \int_{-a/2}^{a/2} \left|\sqrt{k}\, e^{-2k|x|}\right|^2 dx =$$

$$= k\left(\int_{-a/2}^{0} e^{2kx}\,dx + \int_{0}^{a/2} e^{-2kx}\,dx\right) = k\left(\left[\frac{e^{2kx}}{2k}\right]_{-a/2}^{0} + \left[\frac{e^{-2kx}}{-2k}\right]_{0}^{a/2}\right) =$$

$$= k\left(\frac{1}{2k} - \frac{e^{-ka}}{2k} + \frac{e^{-ka}}{-2k} - \cancel{\frac{1}{-2k}}\right) \overset{1}{=}$$

$$= k\left(\frac{1}{k} - \frac{2e^{-ka}}{-2k}\right) = \boxed{1-e^{-ka}}$$

Sannolikheten att detektera partikeln på intervallet $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ är $\boxed{1-e^{-ka}}$ 1

KATTBOK MAX

$\boxed{1-11}$ 3

$$\psi_1(x,0) = A \cdot e^{ikx} \quad , \quad \psi_2(x,0) = B \cdot e^{i(kx+\varphi)}$$

$$P(x,0) = |\psi_1 + \psi_2|^2 = (\psi_1 + \psi_2)(\psi_1^* + \psi_2^*)$$ (1)

$$= |\psi_1|^2 + \psi_1 \psi_2^* + \psi_1^* \psi_2 + |\psi_2|^2$$

$$= A^2 + B^2 + AB\left(e^{-i\varphi} + e^{i\varphi}\right)$$ (1)

$$= A^2 + B^2 + AB \cdot \mathrm{Re}\left(e^{i\varphi}\right) \cdot 2$$

$$= \boxed{A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos \varphi}$$ (1)

M45

MAX

(2)

14) C - Atomerna på väg mot lasern kommer att absorbera energin eftersom de "ser" en kortare våglängd än de på väg bort från lasern. Utan dopplereffekten skulle detta inte ske. (1)

A - Om atomerna kunde absorbera ett bredare spektrum av fotoner så skulle de eventuellt absorbera fotoner från lasrarna de är på väg ifrån. (1)
Ett krav för att laser cooling ska fungera är atomerna absorberar mer energi när de färdas "uppströms" mot en laser

E45

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js$ (2)

18) $\phi = 2{,}33\,eV = 2{,}33 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J = 3{,}733 \cdot 10^{-19}\,J$

$f = 3{,}19 \cdot 10^{15}\,Hz$

$hf = \phi + K_{max} \Leftrightarrow K_{max} = hf - \phi$ (1)

$K_{max} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 3{,}19 \cdot 10^{15}\,Hz - 3{,}733 \cdot 10^{-19}\,J$

$= 1{,}74 \cdot 10^{-18}\,J \quad \left[Js \cdot \frac{1}{s} - J = J \right]$

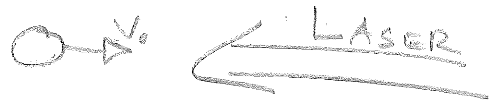
$= \frac{1{,}74 \cdot 10^{-18}\,J}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J/eV} = \boxed{10{,}9\,eV}$ (1)

E45

41) $\lambda_{abs} = 588.995\,nm = 588.995 \cdot 10^{-9} m$ (6)

$\underline{V_0 = 300 m/s}$ $h = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$

$c = 2,998 \cdot 10^{8} m/s$



a) $\underline{\lambda_{abs} = \lambda_{laser} \cdot \left(1 - \frac{v_0}{c}\right)}$ (1)

$\Leftrightarrow \lambda_{laser} = \dfrac{\lambda_{abs}}{1 - \frac{V_0}{c}} =$

Jag räknar ut $\Delta\lambda = |\lambda_{laser} - \lambda_{abs}|$ & eftersom jag har för få värdesiffror för att ange λ_{laser} med någon betydande noggrannhet.

$$\Delta\lambda = |\lambda_{laser} - \lambda_{abs}| = \left| \frac{\lambda_{abs}}{1 - \frac{V_0}{c}} - \lambda_{abs} \right| =$$

$$= \left| \lambda_{abs} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_0}{c}} - 1 \right) \right| = \boxed{\lambda_{abs} \left| \frac{1}{1 - \frac{V_0}{c}} - 1 \right|}$$

$$\Delta\lambda = 588.995 \cdot 10^{-9} m \left(\frac{1}{1 - \frac{300 m/s}{2,998 \cdot 10^{8} m/s}} - 1 \right) \quad \left[\frac{m}{m/s / m/s} = m \right] =$$

(Eftersom inget annat anges, räknar jag v_0 med 3 värdesiffror)

$= \boxed{5,89 \cdot 10^{-13} m}$ (1)

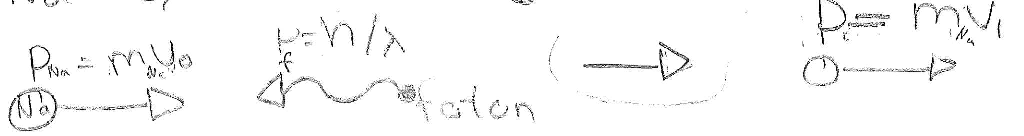
$\boxed{\text{$\lambda_{laser}$ ska vara $5,89 \cdot 10^{-13}$ m längre än λ_{abs}}}$ (1)

E45

MAX

$m_{Na} = 3{,}81754 \cdot 10^{-26}$ kg

41) b)



Rörelsemängden bevaras.

$$p = p_{Na} - p_f$$

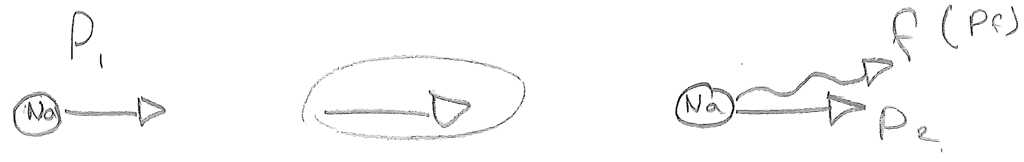
$$= m_{Na} v_1 = m_{Na} v_0 - \frac{h}{\lambda_{laser}} = m_{Na} v_0 - \frac{h}{\lambda_{laser}}$$

Av samma anledning som på a) räknar jag ut $\Delta v = |v_0 - v_1|$ 1

$$\Delta v = |v_0 - v_1| = \frac{h}{\lambda_{laser} m_{Na}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{588{,}995 \cdot 10^{-9}\,\text{m} \cdot 3{,}81754 \cdot 10^{-26}\,\text{kg}} =$$

$$= \left[\frac{\frac{kg\,m^2}{s^2} \cdot s}{m \cdot kg} = \frac{m}{s} \right] = 0{,}029468\ \text{m/s} \approx \boxed{2{,}95\ \text{cm/s}}$$

$\boxed{\text{Hastigheten sänks med } 2{,}95\ \text{cm/s av en foton}}$ 1 c)



Den emitterade fotonen kommer ha samma rörelsemängd som den absorberade eftersom att energin är samma.
Sänkningen i hastighet blir ungefär samma som i b).

$$p_1 = p_f + p_e \iff p_e = p_1 - p_f$$

Slutliga hastigheten blir alltså

$2 \cdot 2{,}9468\ cm/s \approx \boxed{5{,}89\ cm/s}$ 1 mindre

än starthastigheten.

E46 3)

MA
(6)

$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ m/s$
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js$
$E_k = 1{,}00\ keV = 1{,}6021 \cdot 10^{-16}\ J$

a) $m_e = 9{,}109383 \cdot 10^{-31}\ kg$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \Leftrightarrow p = \sqrt{2mE_k} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js}{\sqrt{2 \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-16}\ J}} = \left[\frac{\frac{kg\,m^2}{s^2} \cdot s}{\sqrt{kg \cdot \frac{kg\,m^2}{s^2}}} = m\right]$$

$$= \boxed{3{,}88 \cdot 10^{-11}\ m} \quad (1)$$

b) $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\ m/s}{1{,}6021 \cdot 10^{-16}\ J} \quad (1) = \left[\frac{Js \cdot \frac{m}{s}}{J} = m\right] =$$

$$= 1{,}24 \cdot 10^{-9}\ m = \boxed{1{,}24\ nm} \quad (1)$$

c) $m_n = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}\ kg$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js}{\sqrt{2 \cdot 1{,}67493 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-16}}} = \left[\frac{\frac{kg\,m^2}{s^2}\,s}{\sqrt{\frac{kg\,m^2}{s^2}\,kg}} = m\right]$$

$$= \boxed{9{,}05 \cdot 10^{-13}\ m} \quad (1)$$

E46 $1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19} J$

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$

MAX

(3)

21) $\Delta t = 8{,}7\,ps = 8{,}7 \cdot 10^{-12}\,s$

$(E \approx 1{,}32\,MeV)$

$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar}$ (1) $\Leftrightarrow \Delta E \geq \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{h}{2\pi \Delta t}$

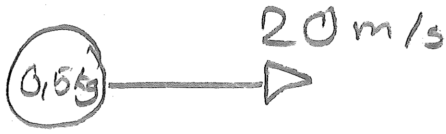
$$\Delta E \geq \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{2\pi \cdot 8{,}7 \cdot 10^{-12}\,s} = 6{,}061 \cdot 10^{-24}\,J = \frac{6{,}061 \cdot 10^{-24}\,J}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J/eV}$$ (1)

$\boxed{\Delta E \geq 7{,}6 \cdot 10^{5}\,eV}$ (1)

E46

24)

$$\hat{h} = 0{,}60\ \text{Js}$$
$$m = 0{,}50\ \text{kg}$$
$$V = 20\ \text{m/s}$$
$$\Delta v = 1{,}2\ \text{m/s}$$

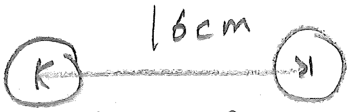


$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hat{h}}{\Delta p_x} = \frac{\hat{h}}{2\pi} \cdot \frac{1}{m \cdot \Delta v}$$

$$\Delta x \geq \frac{0{,}60\ \text{Js}}{2\pi} \cdot \frac{1}{0{,}50\text{kg} \cdot 1{,}2\ \text{m/s}} =$$

$$= \frac{0{,}5}{\pi}\ \text{m} = \left[\frac{\frac{\text{kg}\,\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \text{m} \right] \approx 0{,}16\ \text{m} = \boxed{16\text{cm}}$$



Osäkerheten i x-led är 16 cm, eftersom detta är en mycket stor osäkerhet i position så kommer det vara mycket svårt att fånga bollen, även utan att beakta osäkerheten i y- och z-led.

M46 MAX 50/38

förflyttningen är $\pm\Delta x$ och $\pm\Delta p_x$

eftersom

7) $2\Delta x \cdot 2\Delta p_x \geq \hbar = h/2\pi$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta x > \frac{h}{8\pi \cdot \Delta p_x}}$$ 1

Heisenbergs osäkerhetsprincip i x-led, enligt Concepts

Svar: C

1/1

(Dock finns andra härledningar där de kommer fram till $\Delta x \cdot \Delta p_x = \frac{\hbar}{2}$ (wikipedia t ex))

M46

8) D, (1) eftersom mätningarna inte skedde samtidigt så gäller inte Heisenbergs osäkerhetsprincip. (1)

2/2

M46

9) D, (1) eftersom mätningarna (1) är i olika dimensioner.

2/2

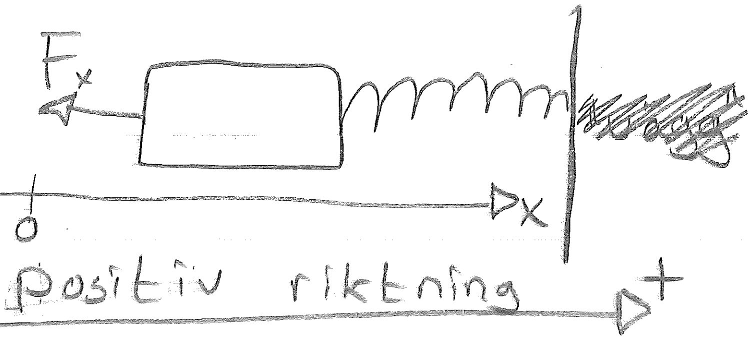
Ohlén

Kapitel 2

5/5

1 $F_x = -cx^3$

a)



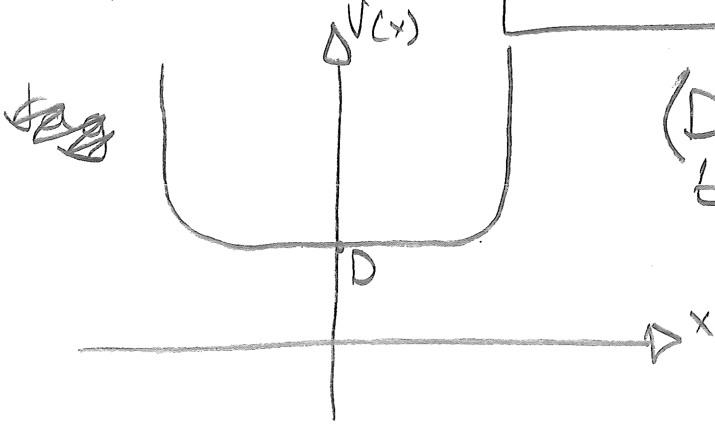
Då konstanten (och x) är positiva är F_x riktad åt vänster.

Då $x=0$ påverkas inte objektet ($F_x = 0$) (1)

och då $x<0$ är F_x positiv (riktad åt höger).

b)

$$-\frac{dV}{dx} = -cx^3 \Longleftrightarrow \boxed{V(x) = \frac{cx^4}{4} + D}$$ (1)



(D kan sättas till noll)