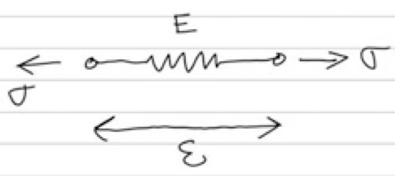
Reologiska modeller

Material som avviker från linjärt elastiskt beteende kan modelleras som elastiskt-plastiska, viskoelastiska, anisotropa etc. Här introduceras viskoelastiska material. En grupp av dessa ges som en kombination av två enkla konstitutiva element – ett rent elastiskt och ett rent visköst.

Ett linjärt elastiskt element ges av

$$\sigma = E\varepsilon$$

vid en axlig belastning. Som symbol används följande



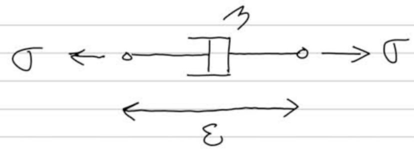
Ett visköst element ges av

$$\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$$

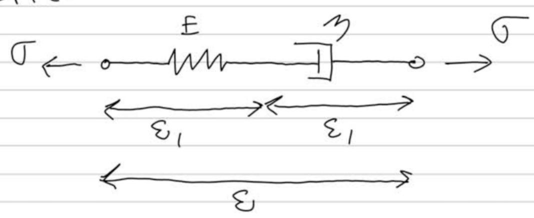
där η är viskocitetsparametern och $\dot{\varepsilon}$ är töjningshastigheten

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Symbolen är följande:



Ett Maxwellmaterial kombinerar en elastisk och en viskös del i serie:

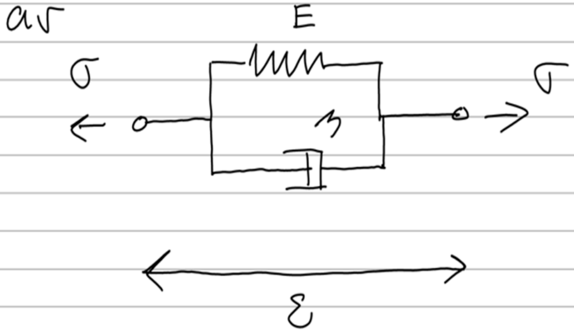


Med $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ och $\sigma = E\varepsilon_1 = \eta\dot{\varepsilon}_2$

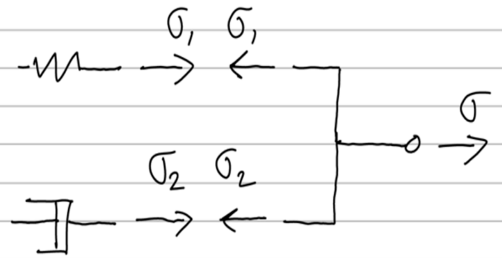
får vi en ekvation för töjningshastig-heten

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} = \left(\frac{1}{E}\frac{d}{dt} + \frac{1}{\eta}\right)\sigma .$$

Ett s.k. Kelvin material beskrivs av



Friläggning ger



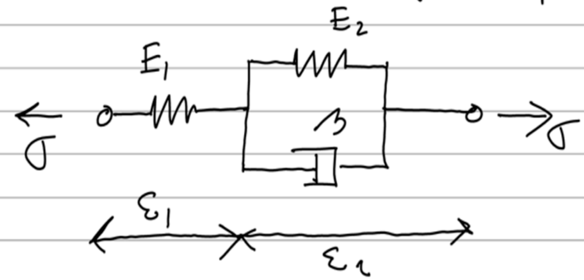
Det gäller att $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ samt

$\sigma_1 = E\varepsilon$, $\sigma_2 = \eta\dot{\varepsilon}$ och därför

är

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$$

En ofta använd materialmodell är en s.k. linjär standardmodell som kombinerar Maxwellmaterialets och Kelvin materialets egenskaper.



Här gäller $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

$\varepsilon_1 = \dfrac{\sigma}{E_1}$ och $\sigma = E_2 \varepsilon_2 + \eta \varepsilon_2$ (enl. Kelvinmodellen)

sätt $\varepsilon_2 = \varepsilon - \varepsilon_1 = \varepsilon - \dfrac{\sigma}{E_1}$ insättning ger

$$\sigma = E_2 \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E_1}\right) + \eta \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_1}\right)$$

vilket ger

$$\dot{\sigma} + \frac{E_1 + E_2}{\eta} \sigma = E_1 \dot{\varepsilon} + \frac{E_1 E_2}{\eta} \varepsilon \ .$$