1

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k t^k}{k!}$$

2

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{At} = I + At$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

För alla matriser som har nollor under diagonalen kan exponentialen skrivas om till $e^{At} = I + At$ eller $e^{At} = \lambda I + At$.

3.

$$AB = BA \Rightarrow e^{A+B} = e^A e^B = e^B e^A$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{x} = Ax + f(t)$$

$$e^{-At}\dot{x} - e^{-At}x = e^{-At}f(t)$$

Integrerande faktor:

$$\frac{d}{dt}(e^{-At}x(t)9 = e^{-At}f(t)$$

$$x(t) = e^{A(t-t_0}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{a(t-s}f(s)$$

Får jag inte identitetsmatrisen så är det lögn.

$$\left[e^{At}\right]_{t=0} = I$$

$$\left[\frac{de^{At}}{dt}\right]_{t=0} = A$$

1 5.4

$$e^{t(2I-3A)} = e^{2tI} \cdot e^{-3tA} = \begin{bmatrix} e^{2t} & 0 \\ 0e^{2t} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -3t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2 Uppgift nr 5 tentamen

Är A diagonaliserbar? För att se om den är diagnaliserbar kan vi beräkna egenvärden och egenvektorer.

$$AS = SD \qquad e^{At} = Se^{Dt}S^{-1}$$

$$e^{Dt} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 t} \end{bmatrix}$$

Är A inverterbar?

Har A ett egenvärde 0 så är den **inte** inverterbar. Vi hittar endast e^{-t} därav måste det också finnas termer e^{0t}. Alltså har vi egenvärdet 0.