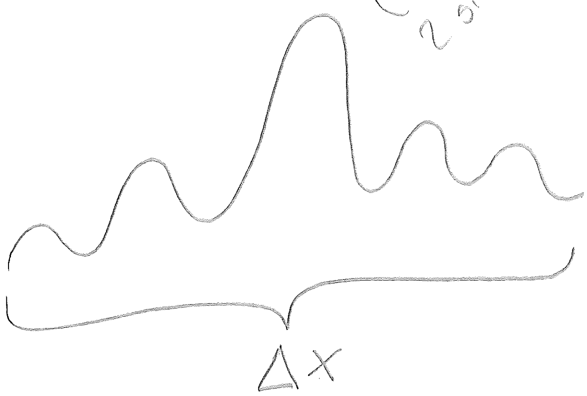
Obestämbarhetsrelationen

(forts om 2 sidor

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar}$$



ökar man Δp_x så minskar Δx.

$\Delta p_x = m \cdot \Delta v$

Så större massa minskar osäkerheten i Δx.
och större osäkerhet i v minskar osäkerheten i Δx

Vad hade hänt om $h = 0{,}6$ Js?

(h är bestämt av "god")

$h = 0{,}6$ Js (10^{33} ggr större)

boll: $m = 0{,}5$ kg

$v = 20$ m/s

$\Delta v = 1\% \sim 0{,}2$ m/s

$$\boxed{\Delta x = \frac{\hbar}{m_b \cdot \Delta v} = \ldots = 16\text{ cm}}$$

Vad innebär detta?
Bollens position har 16cm osäkerhet

Schrödingerekvationen

Har ingen härledning.

Motivering:

① Generellt, med den kunskap vi har, är det rimligt att utgå ifrån en generisk vågfunktion:

$$\Psi(x,t) = A\underbrace{e^{ikx}}_{\cos(kx)} \cdot \underbrace{e^{-i\omega t}}_{\cos(\omega t)}$$

② Energikonservering $E = E_{kin} + V(x)$

$W_p = E_p$ (Potensiell energi)

Klassiskt: $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

$$\boxed{E = E_{kin} + V(x) = hf = \hbar\omega}$$

Våg

(multiplicera med $\Psi(x,t)$

$$E\Psi(x,t) = E_k \Psi(x,t) + V(x) \cdot \Psi(x,t)$$

$$\Leftrightarrow E\phi(x)e^{-i\omega t} = E_k \phi(x)e^{-i\omega t} + V(x)\phi(x)e^{-i\omega t}$$

Något konstigt:

$$E\phi(x) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\phi(x) + V(x)\phi(x)$$

$\phi(x) = Ae^{ikx}$ (antagande)

$\frac{d\phi(x)}{dx} = Aike^{ikx} = ik \cdot \phi(x)$

$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = (ik)^2\phi(x) = -k^2\phi(x)$

Alltså:

$$\frac{h^2 k^2}{2m}\phi(x) = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d\phi(x)}{dx^2}$$

Så:

$$\boxed{-\frac{\hbar}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2}\phi(x) + V(x) \cdot \phi(x) = E\,\phi(x)}$$

Schrö...ekvation

Tidsoberoberoende

Tidsberoende

i 1D: $\boxed{i\hbar \frac{d\psi(x,t)}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} + V(x)\psi(x)}$

i 3D: $i\hbar \frac{\partial\psi(\vec{r},t)}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi(\vec{r},t) + V(\vec{r}) + \psi(\vec{r},t)$

där $\vec{r}$ är en vektor i $\mathbb{R}^3$ och

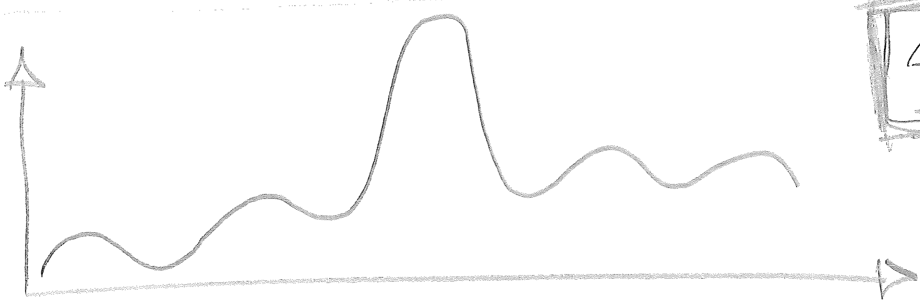
$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix}$$

alla derivator

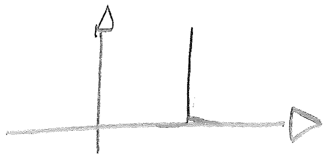
nabla

"Härledning" – obestämbarhetsprincipen

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p = h}$$

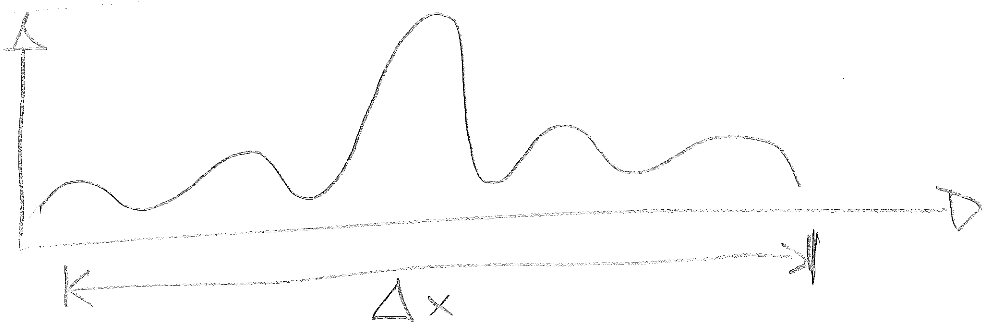


Enda sättet att bygga en:



är genom att använda alla sin/cos-funktioner med olika λ

med kostnad av våglängdsinfon.



"Vågpaket" $\lambda = \frac{L}{n}$ ← antal vågtoppar

$$\frac{L}{n+1} \leq \lambda \leq \frac{L}{n-1}$$

$\lambda - \Delta\lambda$ $\quad$ $\lambda + \Delta\lambda$

$\Delta n = 1$

① $\Delta x \sim L$

② $\Delta p \approx \frac{dp}{d\lambda}\Delta\lambda = \frac{d}{d\lambda}\left(\underbrace{\frac{h}{\lambda}}_{p}\right)\Delta\lambda = -\frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda$

③ $\Delta\lambda = \frac{d\lambda}{dn}\cdot\Delta n = \frac{d}{dn}\left(\frac{L}{n}\right)\Delta n = -\frac{L}{n^2}$

så: $\Delta x \cdot \Delta p = \underset{①}{L} \cdot \underset{②}{\left(-\frac{h}{\lambda^2}\right)} \cdot \underset{③}{\left(-\frac{L}{n^2}\right)} = h \cdot \frac{L^2}{n^2} \cdot \frac{1}{\lambda^2} = h$

Fri partikel: $\longrightarrow$ $V(x) = \text{konst} = V_0$

(ofri:

EINEN ANSATZ SETZT MAN EIN!

Ansats: $\phi(x) = A \cdot e^{ikx}$ är vågfunk. för partikel

~~Vi~~ tidsober. S.E

- Vi sätter in i

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dx^2} \cdot \left(Ae^{ikx}\right) + V_0 A \cdot e^{ikx} = EAe^{ikx}$$

stämmer detta?

$$\frac{d}{dx} = Aike^{ikx}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} = A(-k^2)e^{ikx}$$

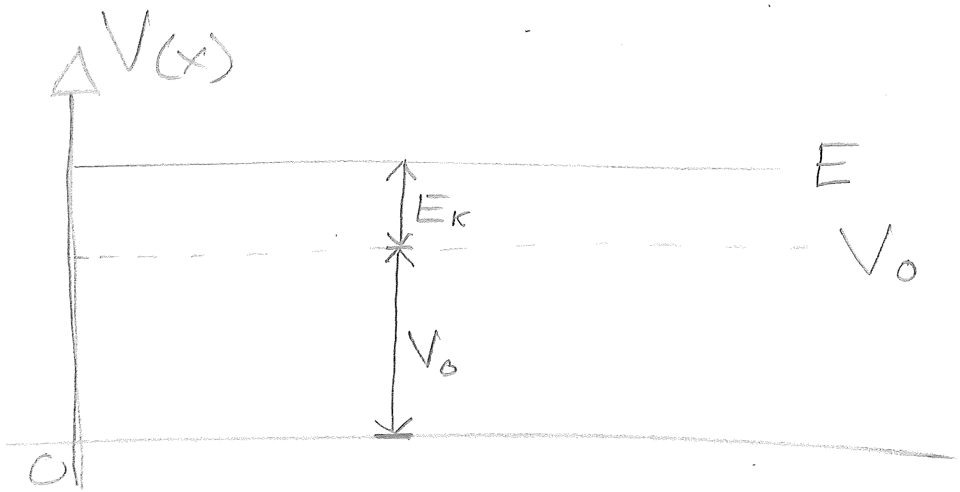
$$\Rightarrow \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V_0 = E \Leftrightarrow \boxed{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = (E - V_0)}$$

$\Rightarrow$ Sann eftersom $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = E_k$, $E_k = E - V_0$

forts...

Vågtal hos en fri partikel:

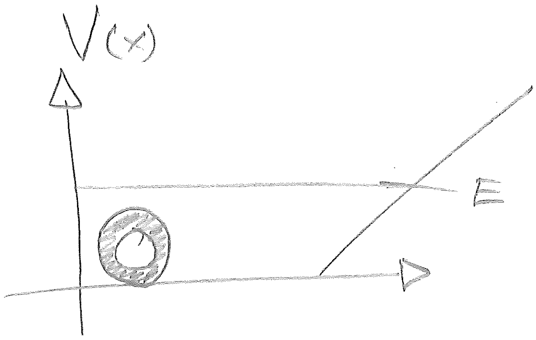
$$k = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$$



Potential

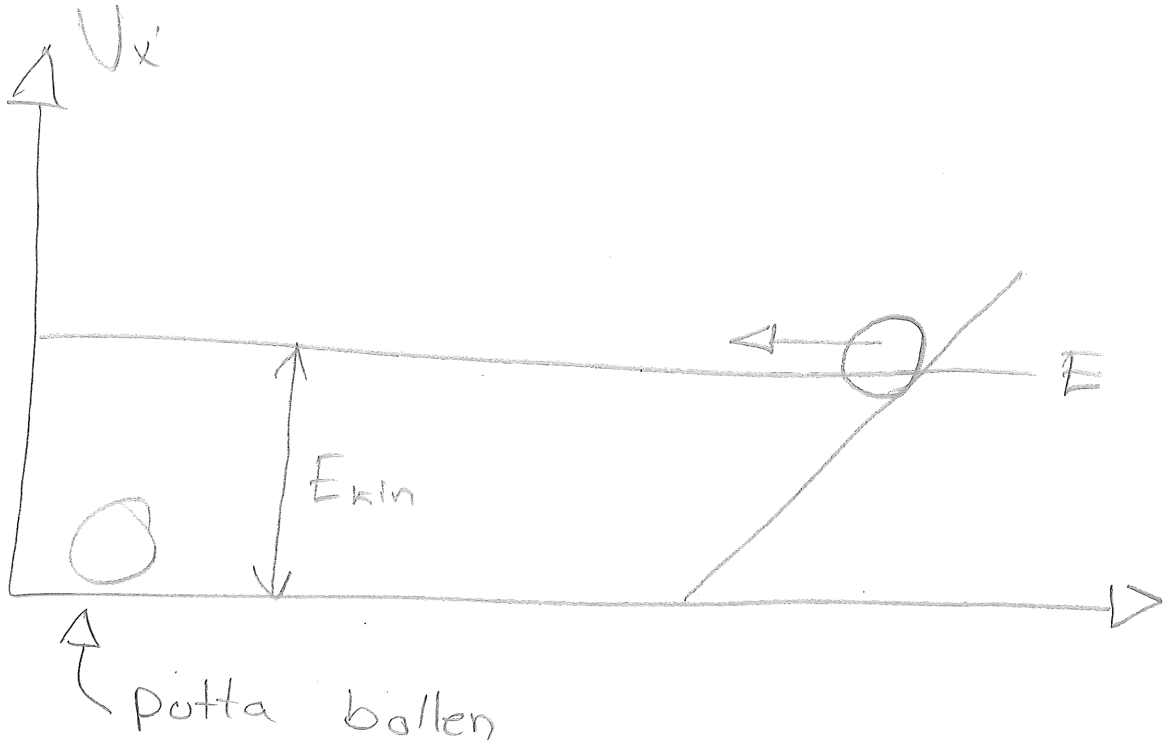
$$\boxed{F = -\frac{dV}{dx}}$$

(V = potential, E_{pot}, U)



kommer hjulet rulla upp?

(för bollar är det ganska straight forward vad de kan göra) strunta i gravitation.



$F=0$ när $v=\text{konst}$

$F<0$ när $\frac{dV}{dx}>0$

$F>0$ när $\frac{dV}{dx}<0$