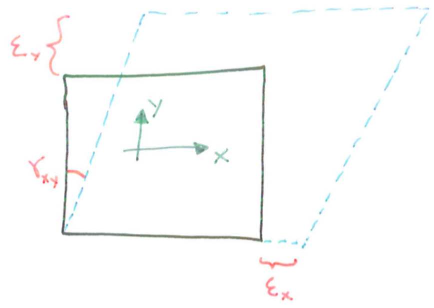
1 Töjningar - Spänningar - Hookes lag



Uppmätt på yta $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ (plan spänning)

Bestäm största spänning

Elasticitetsmodul $E = 205$ GPa

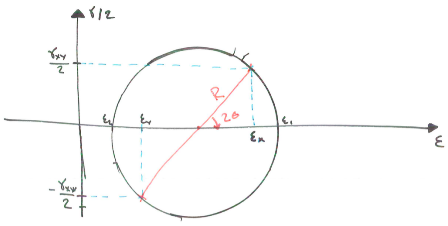
Poissons tal $\gamma = 0.3$ Givet: $\epsilon_x = 2\epsilon_7 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_{xy} = 2 \cdot 10^{-4}$ radianer.

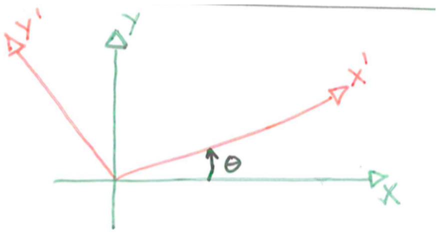
Vi ritar **Mohrs cirkel!**

$R = \sqrt{(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2})^2 + (\frac{\gamma_{xy}}{2})^2}$

$\theta = \frac{1}{2} \arctan(\frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y})$

Lösning:





$$R = \sqrt{(\frac{10^{-4}}{2})^2 + (10^{-4})^2} = 1.12 \cdot 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \epsilon_1 = 1.5 \cdot 10^{-4} + 1.12 \cdot 10^{-4} = 2.62 \cdot 10^{-4}$$

$$\epsilon_2 = 0,38 \cdot 10^{-4} \qquad \text{(på samma sätt)}$$

Huvudlösningar (vi har inga skjuvspänningar eftersom vi har plan spänning)

$\Rightarrow \gamma = 0 \Rightarrow \tau = 0 \Rightarrow$Huvudspänningar

Huvudspänningar σ_1, σ_2 ges av:

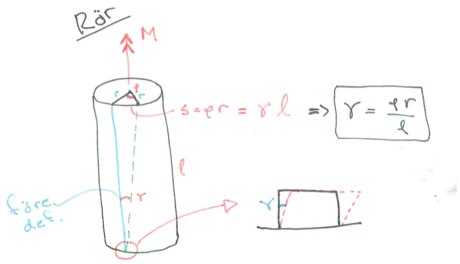
$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{E}{1-\gamma^2}(\epsilon_2 + \gamma\epsilon_2) = 2.77 \cdot 10^{-4} \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 26.4 \text{ MPa} \end{cases}$$

Vad behövs för att rita Mohrs cirkel?

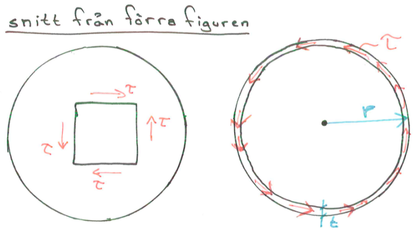
Man behöver **till exempel** något av följande alternativ:

$$\begin{cases} \sigma_x, \sigma_7, \tau_{xy} \\ \sigma_1, \sigma_2 \\ \tau_{max}, \sigma \end{cases}$$

Exempel på deformation till töjning



$$S = \phi r = \gamma l \Rightarrow \gamma = \frac{\phi r}{l}$$



Exempel på belastning till spänning i ett rör

$M = 2\pi r t \tau r = 2\pi r^2 t \tau$ Hookes lag: $\tau = G\gamma$ där $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

$$M = 2\pi r^2 t G \gamma = 2\pi r^3 t G \phi \frac{1}{l}$$

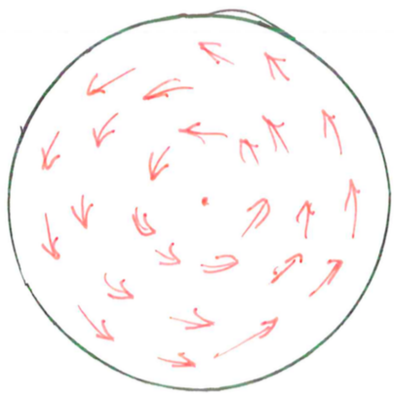
$$\phi = \frac{Ml}{G 2\pi r^3 t} \qquad K_v = 2\pi r^3 t$$

$$\tau_{max} = \frac{M}{2\pi r^2 t}, \qquad W_v = 2\pi r^2 t$$

K_v och W_v är definierade för tunna rör.

Exempel på belastning till spänning i en solid cylinder

Bidrag från r'



$$\int dM = \int_0^r 2\pi r'^2 dr' \tau$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{\phi}{l} r'$$

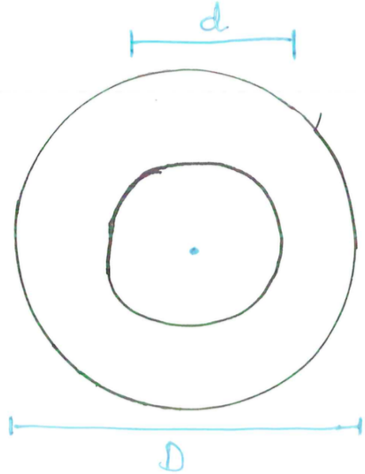
$$M = \int_0^r 2\pi r'^3 \frac{\phi G}{l} dr' = \frac{\pi}{2} r^4 \frac{\phi G}{l} \phi = \frac{Ml}{GK} \qquad K_v = \frac{\pi}{2} r^4 \text{ för en solid stång}$$

På samma sätt får man

$$W_v = \frac{\pi}{2} r^3 \Rightarrow \tau_{max} = \frac{M}{W_v}$$

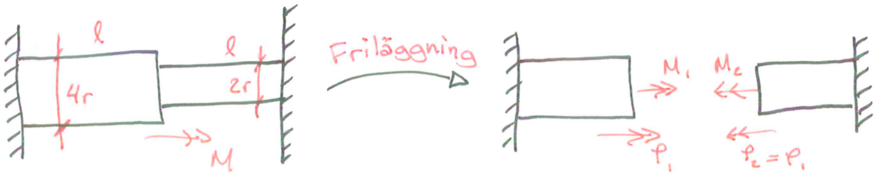
Men man kan ju också börja integrera från en annan punkt än mitten. Så stången har ett hål. Då får man: $\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$

Det finns också exempel på massa andra former på hemsidan.



Vridning

Jämvikt: $M + M_2 - M_1 = 0$



$$\phi_1 = \frac{M_1 l}{G k_1}, \qquad \phi = -\frac{M_2 l}{G k_2}$$

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{M_1}{k_1} = -\frac{M_2}{k_2}$$

$$k_2 = \frac{\pi}{2} r^4, \qquad k_1 = \frac{\pi}{2} 16 r^4$$

$$\Rightarrow k_1 = 16 k_2$$

$$\mathbf{M_1 = -16 M_2}$$