Se uppgift **14.15 d)** i lösningar.

Vi vill lösa följande differentialekvation:

$$a_n y^{(n)} + ... + a_1 y' + a_0 y = f(t), \qquad Y = \mathscr{L}(y)$$

$$(a_n s^n + ... + a_1 s + a_0)Y = \Rightarrow Y = \frac{\mathscr{L}(f)}{a_n s^n + ... + a_1 s + a_0}$$

Ex, kausal lösning till:

$$y' + y = \theta(t) - \theta(t-1)$$

$$(s+1)Y = \mathscr{L}(\theta(t) - \theta(t-1)) \Rightarrow Y = \frac{\frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s}}{s+1} = \frac{1-e^{-s}}{s(s+1)}, \qquad \mathrm{Re}(s) > 0$$

$$= (1-e^{-s})(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{e^{-s}}{s} + \frac{e^{-s}}{s+1}$$

$$y(t) = \theta(t) - e^{-t}\theta(t) - \theta(t-s) + e^{-(t-1}\theta(t-1)$$

Nu löser Mario uppgift **14.24**, se lösningen i *lösningar kapitel 14*.

**Sats 14.14** Om S är linjär och tidsinvariant så är

$$H(s) = \frac{\mathscr{L}(y)}{\mathscr{L}(w)}$$

Från kapitel 12 vet vi att

$$y = h * w$$

$$\mathscr{L}(y) = \mathscr{L}(h) \times \mathscr{L}(w)$$

$$\mathscr{L}(h) = \frac{\mathscr{L}(y)}{\mathscr{L}(w)} = \int_{\infty}^{\infty} e^{-st} h(t) dt = H(s)$$

## Exempel

$S : y^{(4)} + y'' = w(t)$

Bestäm $h(t)$ och $H(s)$

$$y^{(4)} + y'' = \delta \Rightarrow (s^4 + s^2)Y = 1$$
$$H(s))\frac{1}{s^4 + s^2} = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$$
$$\Rightarrow Re(s) < 0$$
$$H(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{1+s^2} \Rightarrow h(t) = t\theta(t) - \sin t\theta(t) = (t - \sin t)\theta(t)$$

Övning 14.31 hittar du i lösningar.

**Sats 14.17**

S är linjär, tidsinvariant och kausalt.

$$H(s)?\frac{Q(s)}{P(s)}$$

$$\text{Systemet är stabilt} \Leftrightarrow \begin{cases} a) grad(Q) \leq grad(P) \\ b)\text{Alla poler i H(s) ligger i} Re(s) < 0 \end{cases}$$