Föreläsning 13

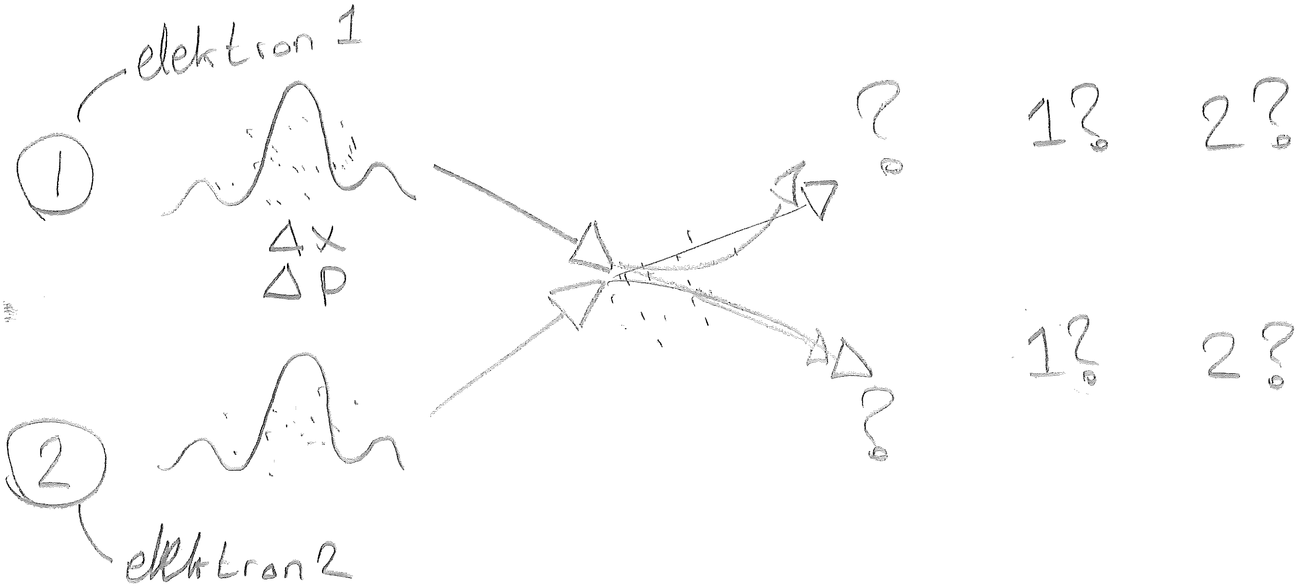
två kvantmekaniska partiklar kan inte ~~ta~~ inta kvanttillstånd
fermeoner

PAULIPRINCIP

2 ~~bebisar~~ tvillingar är ej identiska

Det går inte att urskilja identiska partiklar.

→ konsekvens av obest.-relation



Efter en interaktion:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t) \equiv \psi(1,2)$$

krav på vågfunkt: måste beskriva samma tillstånd

ingen info om ψ ger: $\boxed{\psi(1,2) \quad \psi(2,1)}$

$$\rho(1,2) = |\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2$$

Två möjligheter att uppnå detta:

① $\psi(1,2) = \psi(2,1)$ BOSONER (spin $= 1, +n$) $n \in \frac{\mathbb{N}}{2}$

(Fotoner, α-partiklar)

② $\psi(1,2) = -\psi(2,1)$ FERMIONER $s = \frac{1}{2}$

(elektroner)

$$\psi(1,2) = \left(\varphi_1(\vec{r}_1)\varphi_2(\vec{r}_2) - \varphi_2(\vec{r}_1)\varphi_1(\vec{r}_2)\right)\frac{1}{\sqrt{2}}$$

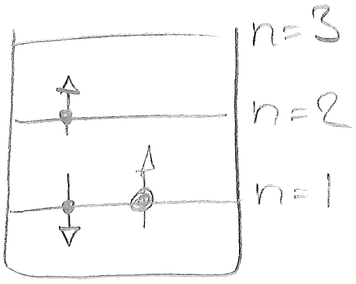
antisymmetrisk produktvågsuppställning

om $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 \rightarrow \psi(1,2) = 0$

$\rho(1,2) = 0$

Det går inte att finna två fermioner i samma kvanttillstånd (med samma kvanttal)

(quantum number
pers. nr. för kvanttillstånd.)



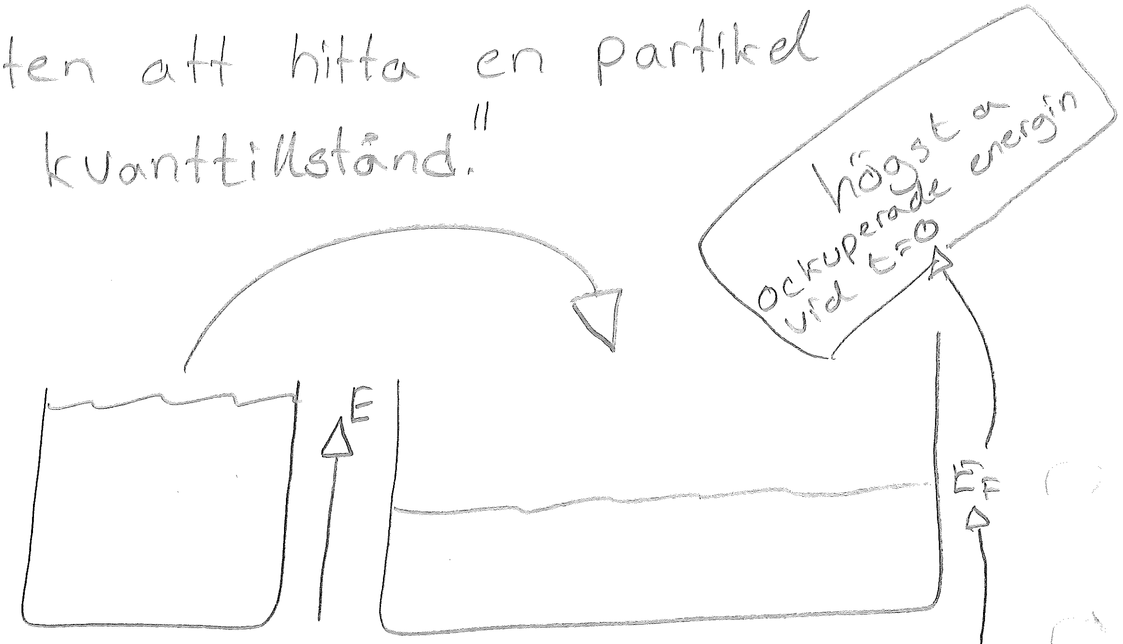
olika n och/eller
olika spinn

elektronskal $2n^2$

Fermifunktion

($n = 10^{20}$)

"Sannolikheten att hitta en partikel (fermion) på kvanttillstånd."



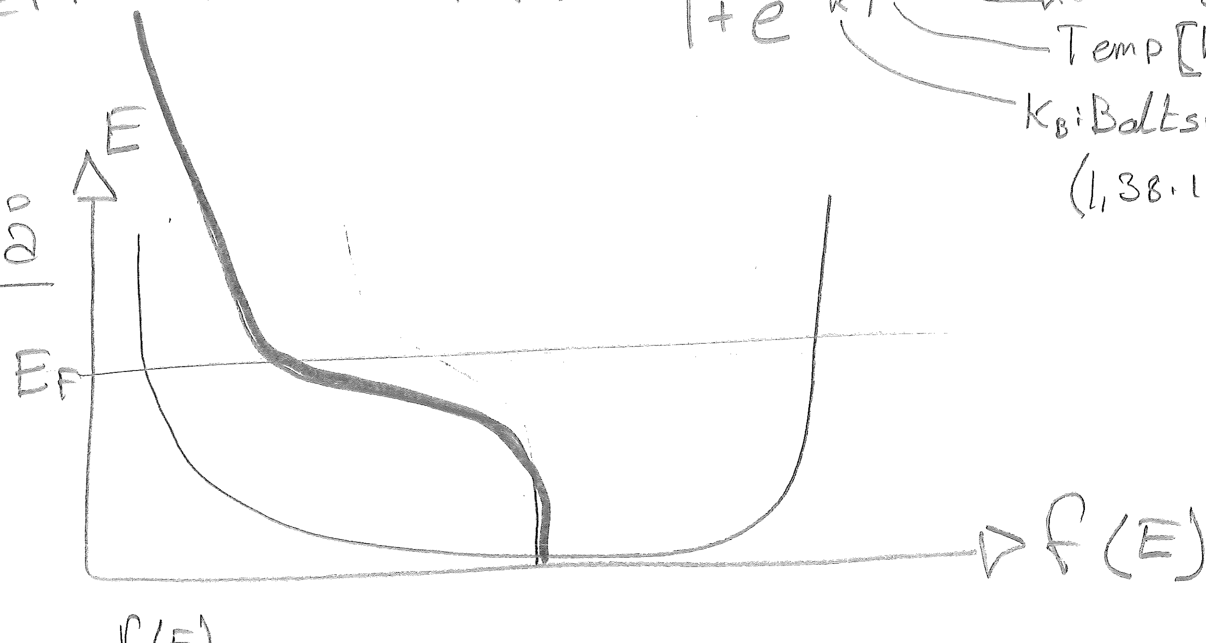
Fermifunkt.: $f(E) = \dfrac{1}{1+e^{\frac{E-E_F}{kT}}}$

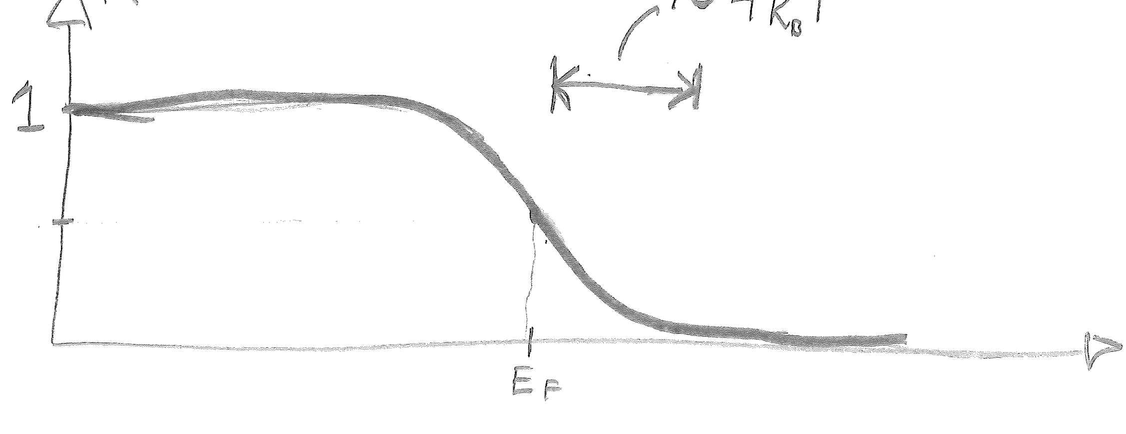
E_F: fermienergi

T: Temp [K]

K_B: Boltsmankonst. ($1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

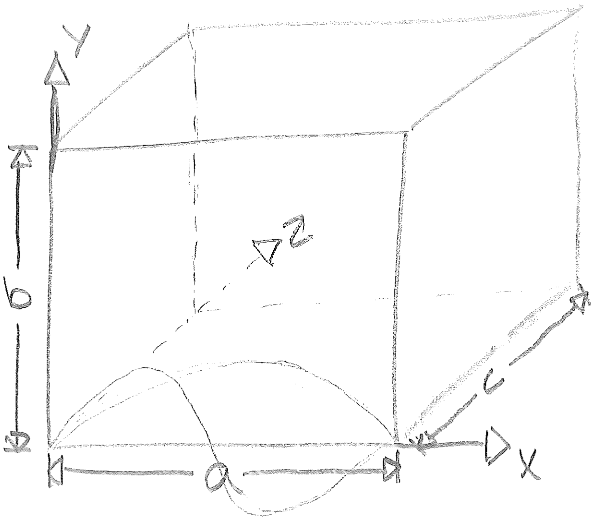
Så





f(E): Sannolikhetstäthet att finna Fermion på ett tillstånd.

n(E): "tätheten hos tillstånd" → Var (i energi) finns tillstånd?



I x-led:

$$\lambda_x = \frac{2a}{n_x}$$

n_x — kvanttal: 1, 2, 3, 4...

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{2\pi \cdot n_x}{2a} = \frac{\pi}{a} \cdot n_x$$

S.E i 3D

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + \overbrace{V(x,y,z)}^{\text{sätter} = 0} \phi(x,y,z) = E\phi$$

Lösning:

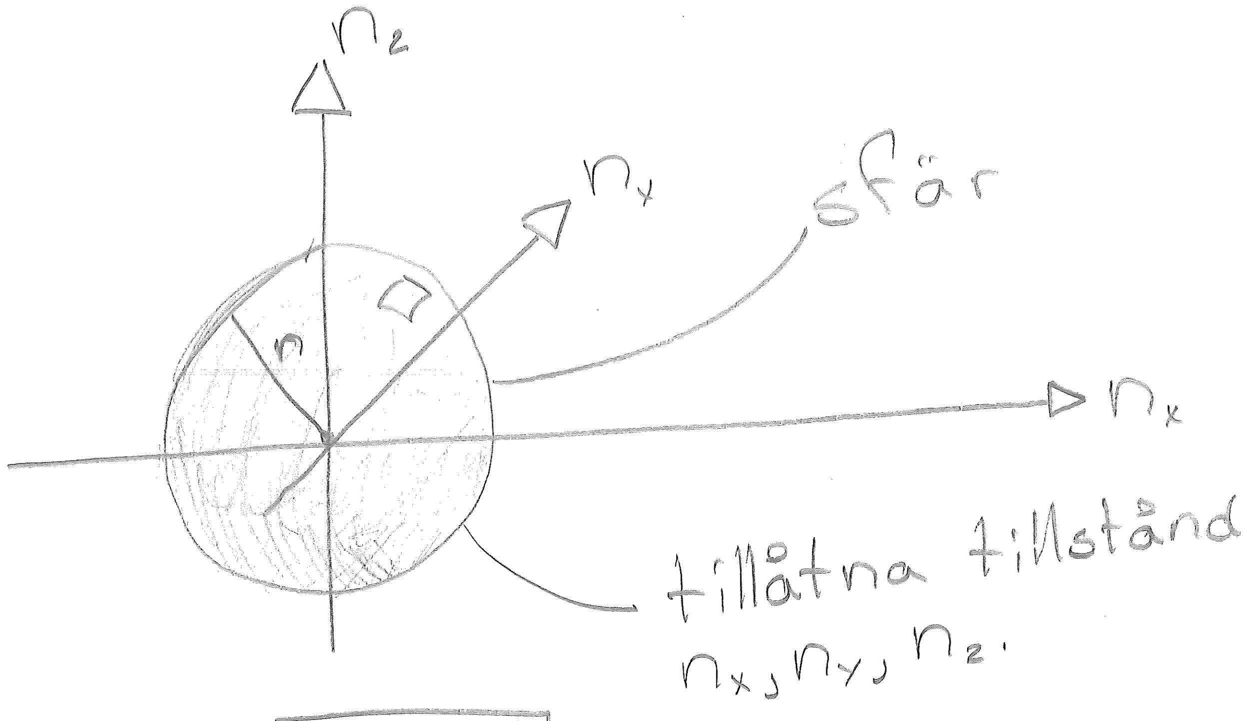
$$\phi_{n_x, n_y, n_z} = A_x A_y A_z \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a} n_x \cdot x\right) \sin\left(\frac{\pi}{b} \cdot n_y \cdot y\right) \sin\left(\frac{\pi}{c} \cdot n_z \cdot z\right)$$

$$E_{n_x, n_x, n_z} = \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2m}\left(\left(\frac{n_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{c}\right)^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2m} \cdot \frac{n^2}{a^2}} \quad , \; n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$$

$$, \; a = b = c \quad \text{(kubisk)}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{E_0 \cdot n^2} \quad , \; E_0 = \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2m}$$



radie $n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$

<u>Antal</u> tillstånd som har $n < n_0$

$$\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{(del av sfären)}} \underbrace{\left(\frac{4}{3}\pi \cdot n_0^3\right)}_{\text{volym hos sfär}} = \frac{\pi}{6} \cdot n_0^3$$

Antal tillstånd med Energi $\leq E$

$$\Gamma(E) = \frac{\pi}{6}\underbrace{\sqrt{\frac{E}{E_0}}}_{E = n_0^2 \cdot E_0}{}^3 = \frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{E}{\frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}}}$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{E}{E_0}}$$

$$\Gamma(E) = \frac{a^3}{6\hbar^3 \pi^2}(2mE)^{3/2}$$

forts. förel. 14

Föreläsning 14

$a^3 = V_{VOL}$

$$g(E) = \frac{d\Gamma(E)}{dE} = \frac{V_{vol}}{6\hbar^3\pi^2}\left(\frac{3}{2}\cdot 2m\right)(2mE)^{1/2} =$$

"antal tillstånd per intervall dE"

$$\boxed{g(E) = \frac{V_{VOL}\, m}{2\pi^2 \hbar^3}\sqrt{2mE} = \frac{4\sqrt{2}\,\pi\, m^{3/2}}{h^3}\sqrt{E}\cdot V_{VOL}}$$

KATT

Concepts