Föreläsning 11

Repetition

Ferromagnetism - elektronerna känner varandras spin.

⇒ Elektronerna genererar ett magnetfält.

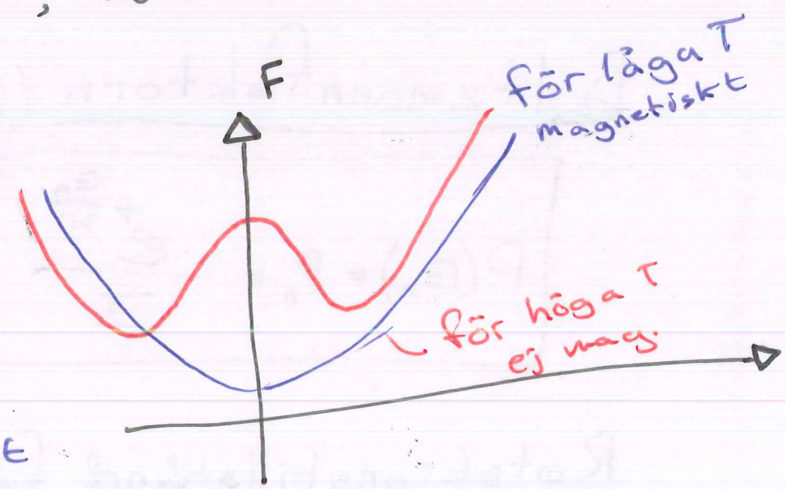
$$\boxed{B_{inre} = -C_1 \mu (N_\uparrow - N_\downarrow) = -C_1 \mu (N - 2n)}$$

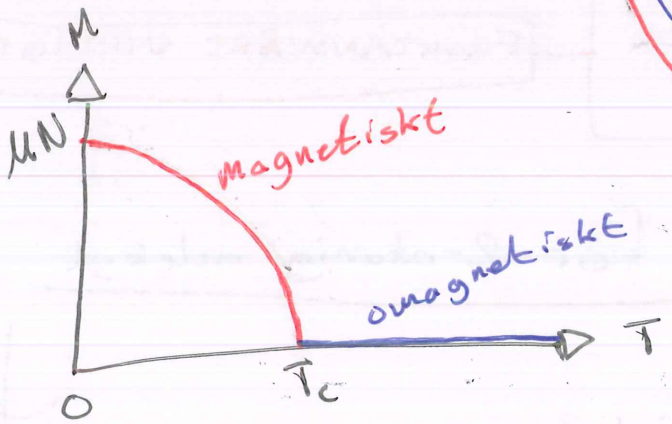
Medelfältsapproximationen

$$\boxed{U = \mu B_{inre} (N - 2n) = -C_2 (N - 2n)^2}$$

Fria energin, F, kan ha min för $n \neq \frac{N}{2}$

$$\boxed{F = U - TS}$$





(Läs fortsättningskurs för att lära dig Isingmodellen)

	Fe	1043 K
T_c:	CrO_2	386 K
	Dy	88 K

Bränslecellen (t.ex. vätgas & syrgas)

Vi har både konstant tryck & temperatur.

⇒ **Gibbs fria energi** (ger oss något att minimera)

$$\boxed{G = U - TS - PV}$$

Bränslecellen producerar el-arbetet: $\boxed{-W_{el}}$

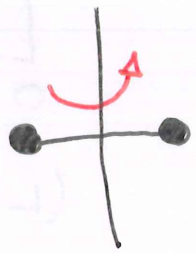
$$\boxed{-W_{el} \leq -\Delta G}$$

⇒ max verkningsgrad: $\boxed{\dfrac{W_{el\text{-}max}}{Q_{in}}}$ (upp till 80%)

Boltzmannfaktorn (läs långsamt & noggrant i boken)

$$\boxed{P(E_n) = P_n = \frac{e^{-\frac{E_n}{kT}}}{Z}}$$ → FRUKTANSVÄRT VIKTIGT

Rotationstillstånd för 2-atomig molekyl

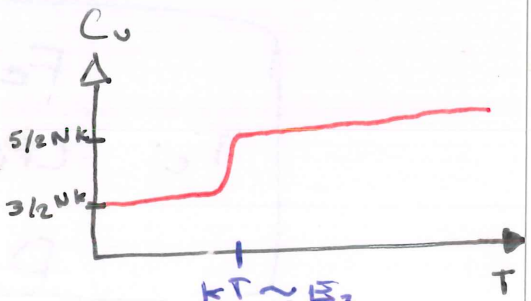


$E_n = \sum n(n+1)$, $n = 0, 1, 2 \ldots$

Degeneration: $2n+1$

$Z_{rot} = \sum (2n+1)\, e^{-\beta E_n} =$, $\beta = \dfrac{1}{kT}$

$$\boxed{Z_{rot} = \frac{1}{\beta \varepsilon}}$$



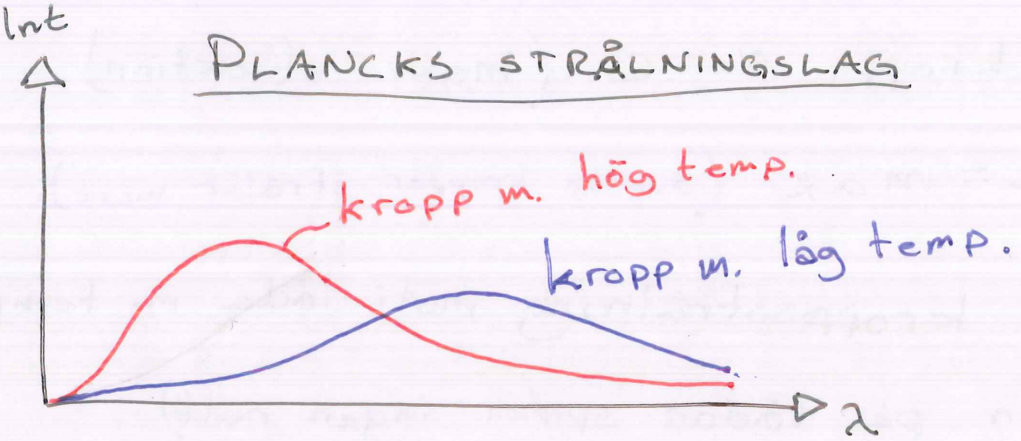
(EM)

Kap. 7 – Elektromagnetisk strålning

"Vilka frekvenser strålar en svartkropp med?"

$$\boxed{E = hf = \frac{hc}{\lambda}}$$

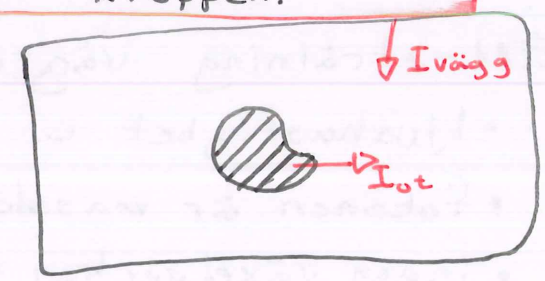
Plancks strålningslag



(ex. på avnvändningsområde: växthuseffekten, bestämma temp i läga temp. & bakrudssstrålning)

Definition: Svart kropp

En svart kropp absorberar all strålning som träffar kroppen.



Jämvikt => väggarnas temp = svarta kroppens temp.

Väggen strålar total int. $I_{vägg}$ som träffar svartkroppen.

Antag en del refl: $I_{refl} = \alpha \cdot I_{vägg}$

Kroppen sänder ut: $I_{ut} = I_{kropp} + \alpha I_{vägg}$

Samma som kommer in

$$I_{kropp} + \alpha \cdot I_{vägg} = I_{vägg}$$

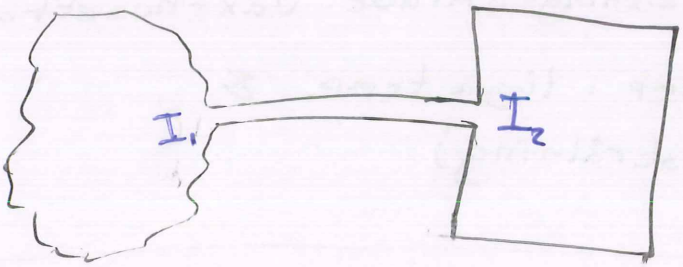
$$I_{kropp} = (1-\alpha) I_{vägg}$$

Svart kropp: $\alpha = 0$ (ingen reflektion)

$I_{kropp} = max$ (svarta kroppar strålar mest)

Svart kroppsstrålning inuti låda m. temp T.

(formen på lådan spelar ingen roll)



jvkt: $I_1 = I_2$

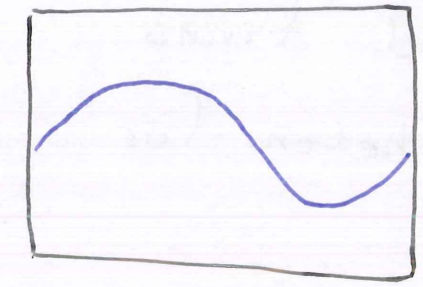
Vi betraktar den enklaste kroppen: ett rätblock.

Kvantmekanik

EM-strålning vågrörelse $\longleftrightarrow$ foton.

- ljushastighet c.
- fotonen är masslös.
- ingen växelverkan mellan fotoner.
- två polarisationsriktningar.
- $E = hf = pc$ (p = rörelsemängd).
- fotonantalet ej bevarat.
- spinn = 0 => boson.

Stående vågor inuti låda



$x=0$ $\qquad$ $x=L_x$

vågen: $A \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \text{fas}\right)$

stående våg: fas $=0$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2L_x}{n}$$

$$\mathcal{E} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{2L_x} \cdot n$$

$$\mathcal{E}^2 = (mc^2)^2 + (\bar{p}c)^2$$

Här är vilomassan $m=0$

$$\bar{p} = (p_x, p_y, p_z)$$

$$\mathcal{E}_x = p_x \cdot c = \frac{hc}{2L_x} \cdot n_x$$

$$\mathcal{E}_y = p_y \cdot c = \frac{hc}{2L_y} \cdot n_y$$

$$\mathcal{E}_z = p_z \cdot c = \frac{hc}{2L_z} \cdot n_z$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{\bar{n}}^2 = 0 + c^2\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) =$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{\bar{n}}^2 = c^2\left(\frac{h}{2}\right)^2\left(\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2\right)}$$

Välj $L_x = L_y = L_z = L$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{\bar{n}}^2 = \frac{hc}{2L}\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = h \cdot f_{\bar{n}}$$

Denna energi kan innehas av flera fotoner, säg r st.

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = r \cdot \varepsilon_{\bar{n}}}$$

Om endast detta tillstånd finns (en frekvens). Vad är sannolikheten för detta r-värde?

Bilda tillståndssumman:

$$Z = \sum_{r=0}^{\infty} e^{-\beta E(r)} = \sum_{r=0}^{\infty} e^{-\beta r \varepsilon_{\bar{n}}} =$$

$$= \boxed{\sum_{r=0}^{\infty} \alpha^r} \qquad e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}} \equiv \alpha < 1$$

Eftersom $\alpha < 1$ kan vi bilda en

<u>Geometrisk summa</u>

$$\boxed{Z = \frac{1}{1-\alpha} = \frac{1}{1-e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}}}$$

<u>Medelenergin</u>

$$E_{medel}(\bar{n}) = \frac{1}{Z}\frac{\delta Z}{\delta \beta} = -\left(1-e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}\right)(-1)\frac{(-1)e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}(-\varepsilon_{\bar{n}})}{1-e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_{\bar{n}} - e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}}{1-e^{-\beta \varepsilon_{\bar{n}}}} = \boxed{\varepsilon_{\bar{n}} \cdot \frac{1}{e^{\beta \varepsilon_{\bar{n}}} - 1}}$$ Medelenergi.

Medelantalet fotoner som har energin $\varepsilon_{\bar{n}}$:

$$E_{medel} = \bar{r}\,\varepsilon_{\bar{n}} \Rightarrow \boxed{\bar{r}(\varepsilon_{\bar{n}}, T) = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon_{\bar{n}}} - 1}}$$

Bose-Einsteinstatistik för fotoner

Detta var medel för ett $\bar{n}$.

Totala medelenergin fås genom att vi summerar över alla $\bar{n} = (n_x, n_y, n_z)$.

$$\boxed{U = 2\sum E_{medel}(\bar{n})}$$

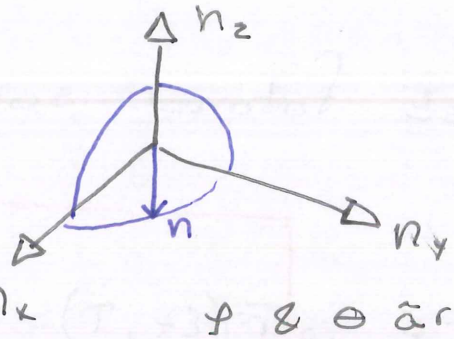
tvåan läggs till för att vi har 2 polarisationsriktn.

$$U = 2\sum E_{medel}(\bar{n}) = 2\sum_{\bar{n}} \frac{\varepsilon_{\bar{n}}}{e^{\beta\varepsilon_{\bar{n}}} - 1} =$$

$$= \boxed{2\sum_{n_x=1}^{\infty}\sum_{n_y=1}^{\infty}\sum_{n_z=1}^{\infty} \frac{\frac{hc}{2L}\cdot\sqrt{n_x^2+n_y^2+n_z^2}}{\exp\left(\beta\frac{hc}{2L}\sqrt{n_x^2+n_y^2+n_z^2}\right)-1}}$$

Vi ersätter den obehagliga trippelsumman med en vacker trippelintegral på nästa sida.

$$\boxed{\sum \longrightarrow \int}$$



φ & θ är vinklarna i polära koordinatsystemet.

$$n = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

$$dn_x\, dn_y\, dn_z = n^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, dr$$

$$\boxed{U = 2\int_0^{\infty} dn \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\pi/2} d\varphi \cdot n^2 \sin\theta \cdot \frac{hc}{2L} \cdot \frac{n}{e^{\beta \frac{hc}{2L} n} - 1}}$$