

Vi kommer att behandla bland annat **linjärt elastiska** material och **plasticitet**. Efter kursen

Kurshemsida:

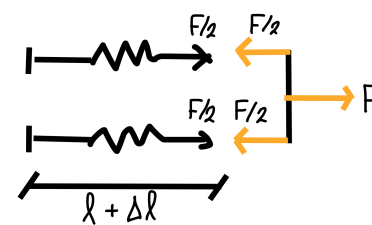
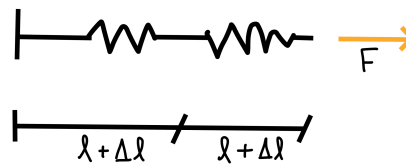
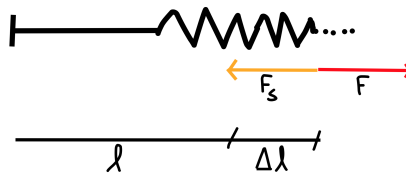
<http://www.solid.lth.se/education/courses/haallfasthetslaera-foer-f-fhl105/>

Kursarkiv: http://carlsnas.se/Hallf_14/

I kursarkivet finns boken gratis att ladda ner!

Hookes Lag:

$$F = k\Delta l \quad (1)$$



Lagen fungerar väldigt bra när man drar i stålstavar.

För två fjädrar i serie blir förlängningen $2\Delta l$

1 Töjning

Definition av töjning (relativ längdändring)

$$\frac{\delta}{l} \quad (2)$$

Längd efter deformation: $x + \Delta x + u(x + \Delta x) - (x + u(x))$

Ursprunglig längd: $x + \delta x - x$

Längdändring: $u(x + \Delta x) - u(x)$

Relativ längdändring: $\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{u(x+\Delta x) - u(x)}{\Delta x} = \frac{\delta u}{\delta x}$

På samma sätt:

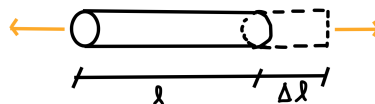
Relativ längdändring

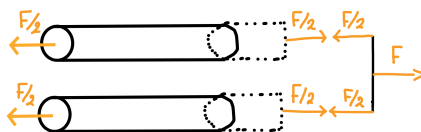
$$\epsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} \quad (3)$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} \quad (4)$$

$$\epsilon_z = \frac{\delta w}{\delta z} \quad (5)$$

Låt u, v, w representera förskjutningar i x-, y-, och z-led.





$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\delta u}{\delta y} & \gamma_2 &= \frac{\delta v}{\delta x} \\ \gamma &= \gamma_1 + \gamma_2 & \gamma &= \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \end{aligned}$$

Små töjningar innebär att:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\delta u}{\delta x} & \gamma_{xy} &= \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \\ \epsilon_y &= \frac{\delta v}{\delta y} & \gamma_{xz} &= \frac{\delta u}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta x} \\ \epsilon_z &= \frac{\delta w}{\delta z} & \gamma_{yz} &= \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \end{aligned}$$

Dessa töjningar är en tensor. Ordet kommer från engelskans *tension*.

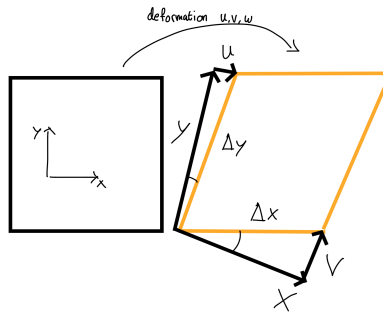
2 Skalarer, vektorer och tensorer

Skalarer: tryck, temperatur

Vektorer: (u, v, w) , (x, y, z) , $(\frac{\delta}{\delta x}, \frac{\delta}{\delta y}, \frac{\delta}{\delta z})$

Tensorer: $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$

I x-,y-planet:



$$\begin{cases} u' = u \cos(\theta) + v \sin(\theta) \\ v' = -u \sin(\theta) + v \cos(\theta) \end{cases}$$

Allt som transformeras på detta sättet är en vektor.

Gradienten: $(\frac{\delta}{\delta x}, \frac{\delta}{\delta y}, \frac{\delta}{\delta z})$

$$\frac{\delta}{\delta x'} = \frac{\delta}{\delta x} \cos \theta + \frac{\delta}{\delta y} \sin \theta$$

$$\frac{\delta}{\delta y'} = -\frac{\delta}{\delta x} \sin \theta + \frac{\delta}{\delta y} \cos \theta$$

Töjning i annan riktning θ :

$$\epsilon_{x'} = (\frac{\delta}{\delta x'}) (u') = (\frac{\delta}{\delta x} \cos \theta + \frac{\delta}{\delta y} \sin \theta) (u \cos \theta + v \sin \theta)$$

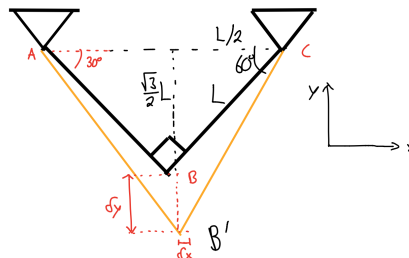
SKRIV AV FORMELSAMLINGEN

$$\epsilon_{x'} = \quad (6)$$

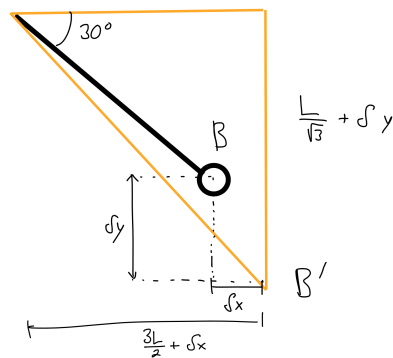
$$\epsilon_{y'} = \quad (7)$$

$$\gamma_{x'y'} = \quad (8)$$

Exempel



Töjning av AB, ϵ_{AB}



$$|AB'|^2 = \left(\frac{\sqrt{3}L}{2} + \delta_y\right)^2 + \left(\frac{3L}{2} + \delta_x\right)^2 = \frac{3L^2}{4} + \sqrt{3}L\delta_y + \mathcal{O}(\delta_y^2) + \frac{9L^2}{4} + 3L\delta_x + \mathcal{O}(\delta_x^2)$$

$$\Rightarrow |AB'| = \sqrt{eL^2 + \sqrt{e}L\delta_y + 3L\delta_x} = \sqrt{3}L \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\delta_y}{L} + \frac{\delta_x}{L}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}L \left(\frac{\sqrt{3}}{6} \frac{\delta_y}{L} + \frac{\delta_x}{2L}\right)$$

$$\epsilon_{AB} = \frac{|AB'| - |AB|}{|AB|} = \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{2} \frac{\delta_y}{L} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta_x}{L} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\delta_y}{L} + \frac{1}{2} \frac{\delta_x}{L}$$