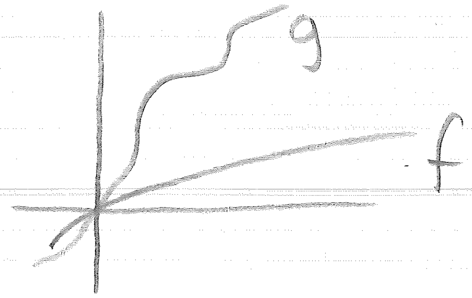
l'Hopitals regel

Om f, g är deriverbara och $f(a) = g(a) = 0$ så

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

om det högra gränsvärdet existerar.



$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$
$$g(x) \approx g(a) + g'(a)(x-a)$$

Om $g'(a) \neq 0$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(a)} = \underbrace{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}}_{\to f'(a)} \underbrace{\frac{x-a}{g(x)-g(a)}}_{\to \frac{1}{g'(a)}}, \quad x \to a$$

Exempel

$$\lim_{h\to 0} \frac{\sinh}{h} = \lim_{h\to 0} \left(\frac{\cosh}{1}\right) = 1$$

Idag
- Konvexitet
- Asymptoter

Andra derivatan till f är derivatan till f'

Beteckning f'', $\frac{d^2f}{dx^2}$, D^2f.

n-te derivatan:

$$f^{(n)}, \frac{d^nf}{dx^n}, D^nf$$

Antag att $f'(a)=0$ och att $f''(x)>0$ i en omgivning till a. Då är $f'(x)$ en strängt växande funktion på något intervall runt a.

x		a	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f''(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

Punkt a är därför ett lokalt minimum.

På samma sätt är a ett lok. maximum om $f''(x)<0$ i en omgivning till a.

Observera att om $f''(a)=0$ så kan vi inte säga om a är en extrempunkt eller ej.

Ex. $f(x)=x^3$

$f'(x)=2x^2$

$f''(x)=6x$