P.9.4. Rörelsemängden bevaras:

$$m \cdot V_0 + M \cdot 0 = (m+M)V_1$$

Den kinetiska energin före stöten är:

$$T_0 = \frac{1}{2} m V_0^2$$

och efter stöten:

$$T_1 = \frac{1}{2}(m+M)V_1^2$$

Med $V_1 = \frac{m V_0}{m+M}$ (rörelsemängdsekvationen)

$$T_1 = \frac{1}{2} (m+M) \left(\frac{m}{m+M}\right)^2 V_0^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2}{m+M} V_0^2$$

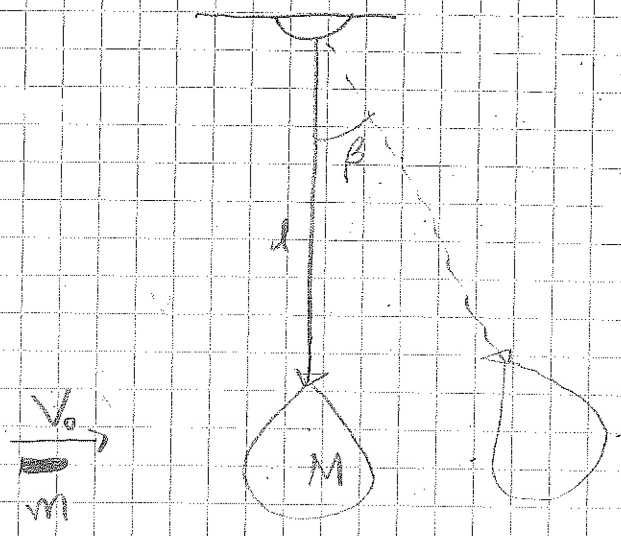
Skillnaden i kinetisk energi blir nu:

$$\Delta T = T_1 - T_0 = \frac{1}{2} \frac{m^2}{m+M} V_0^2 - \frac{1}{2} m V_0^2$$

$$= \frac{1}{2} m \left(1 - \frac{m}{m+M}\right) V_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Mm}{M+m} V_0^2$$

$$= \frac{M}{M+m} \cdot \frac{1}{2} m V_0^2$$

P.9.9.



Rörelsemängden bevaras:

$$mV_0 = (m+M)V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{m}{m+M}V_0$$

Efter stöten, när kulan sitter i påsen, gäller energilagen:

$T_0 = \frac{mV_1^2}{2}$ $\quad$ $T_1 = lmg(1-\cos\beta)$

$V_0 = 0$ $\quad$ $V_1 = 0$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m}V_1^2}{2} = l\cancel{m}g(1-\cos\beta)$$

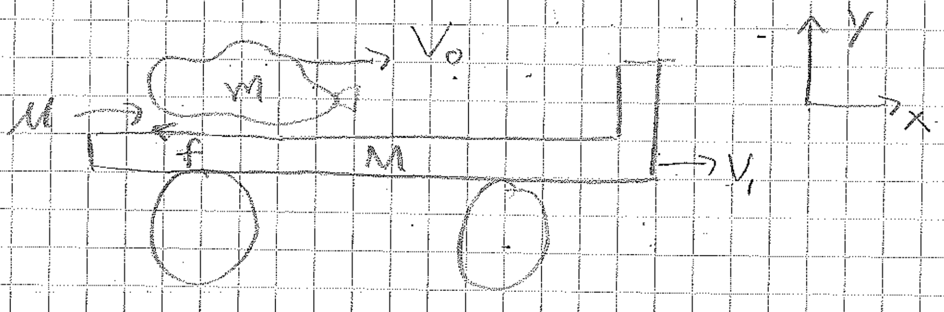
$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{2lg(1-\cos\beta)}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{M+m}{m}\sqrt{2lg(1-\cos\beta)}$$

P.9.17 Rörelsemängden bevaras:

$$mV_0 = (m+M)V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{m}{m+M} V_0 \quad \text{(Vagnens fart)}$$



Energilagen säger att arbetet friktionen utför är lika med differensen för den kinetiska energin:

$$-xf = -x\mu N = -x\mu mg = T_1 - T_0$$

$$T_0 = \frac{mV_0^2}{2} \qquad T_1 = \frac{(m+M)V_1^2}{2}$$

$$-x\mu mg = \left(\frac{m+M}{2}\right)\left(\frac{m}{m+M}V_0\right)^2 - \frac{mV_0^2}{2}$$

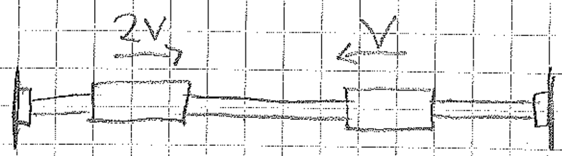
$$-x\mu mg = \frac{m^2 V_0^2}{2(m+M)} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$-x\mu g = \frac{mV_0^2}{2(M+m)} - \frac{V_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2(M+m)} - \frac{(M+m)V_0^2}{2(M+m)}$$

$$-x\mu g = \frac{-MV_0^2}{2(M+m)}$$

$$x = \frac{MV_0^2}{2\mu g(M+m)}$$

P.9.18



Rörelsemängden bevaras:

$$2mv - mv = mv_1 + mv_2$$

Studstalets definition: $e = \dfrac{-v_2 - v_1}{-v - 2v}$

Ekvationerna ger:

$$v_1 = \frac{1}{2}(1 - 3e)v$$

$$v_2 = \frac{1}{2}(1 + 3e)v$$

a) Med $e = 0$:

$$v_1 = \frac{1}{2}v$$

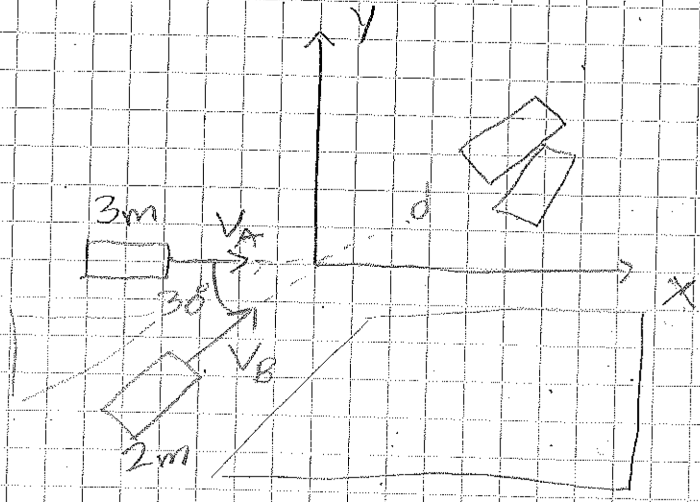
$$v_2 = \frac{1}{2}v$$

b) Med $e = 1$:

$$v_1 = -v$$

$$v_2 = 2v$$

P.9.31



a) Rörelsemängden bevaras för hela stöten:

$\rightarrow$: $3m\sqrt{3}v + 2mv\cos 30° = 5mV_{Gx}$

$\uparrow$: $2mv\sin 30° = 5mV_{Gy}$

(Masscentrum rör sig rimligtvis i samma hastighet som de två bilarna när de sitter ihop. Därför fungerar det att skriva V_{Gx} och V_{Gy} direkt.)

$\Rightarrow$ $\rightarrow$: $3\cancel{m}\sqrt{3}v + \cancel{2}\cancel{m}v\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 5\cancel{m}V_{Gx}$

$\uparrow$: $\cancel{m}v = 5\cancel{m}V_{Gy}$

$\Rightarrow$ $V_G = \frac{1}{5}(4\sqrt{3}, 1, 0)v$

Farten blir: $\frac{v}{5}\sqrt{(4\sqrt{3})^2+1} = \frac{7}{5}v$

b) Skillnaden i energi blir skillnad i kinetisk energi före och efter:

$\Delta T = \frac{3m(\sqrt{3}v)^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} - \frac{5mV_G^2}{2}$

$= \frac{3m \cdot 3v^2}{2} + mv^2 - \frac{5m}{2}\frac{49}{25}v^2 = \frac{3}{5}mv^2$

P.9.31 (Fortsättning)

c) Friktionsarbetet är, enligt lagen om arbete lika stor som skillnaden i kinetisk energi:

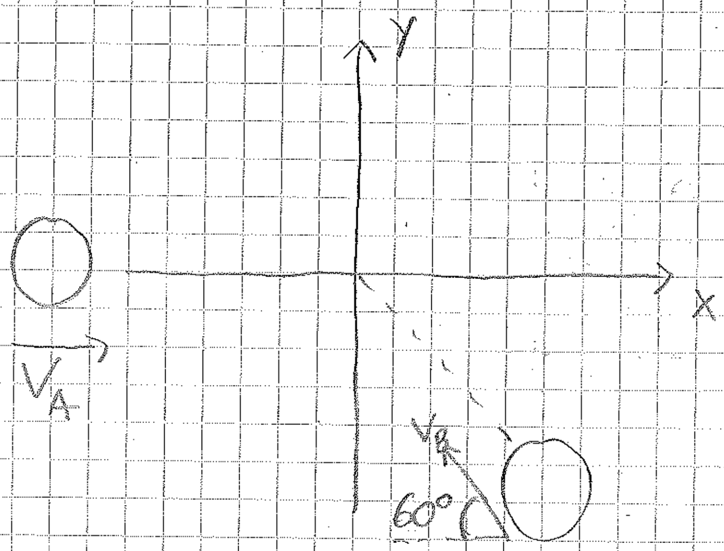
$$\mu N = \frac{1}{2} 5 m V_4^2 - 0$$

$$\mu \cancel{5} \cancel{m} g d = \frac{\cancel{5}}{2} \cancel{m} \cdot \left(\frac{7}{5} V\right)^2$$

$$\mu g d = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{25} V^2$$

$$d = \frac{49 V^2}{50 \mu g}$$

P.9.32



Hastigheten i y-led bevaras.

x-led:

$\rightarrow$: $V_A m - V_B m \cos 60° = mV_A' + mV_B'$

$\Leftrightarrow V_A - \frac{V_B}{2} = V_A' + V_B'$

$\Leftrightarrow 5 - \frac{10}{2} = 0 = V_A' + V_B'$

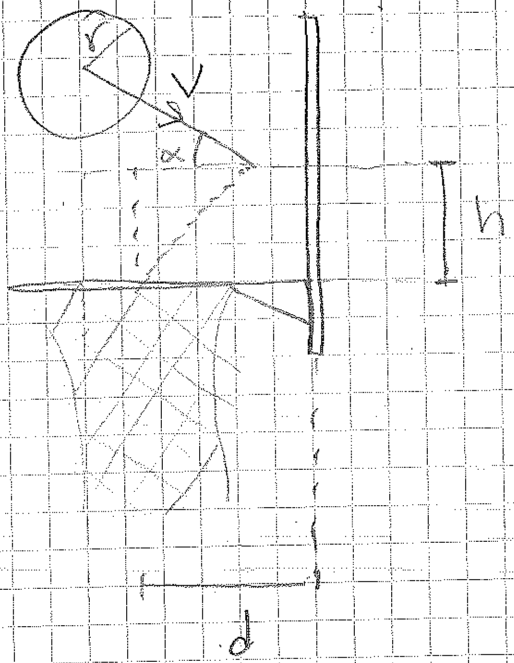
$\Rightarrow V_A' = -V_B'$

Studstal:

$e = -\frac{V_B' - V_A'}{V_B - V_A} = \frac{V_A' - V_B'}{5} = -\frac{2V_B'}{5}$

$\Rightarrow$

P.9.33.



$V_x = V\cos\alpha$

$V_y = -V\sin\alpha$

$e = -\frac{V_x'}{V_x} \Rightarrow V_x' = -eV_x$

$V_y' = V_y$

$s = Vt \Rightarrow t = \frac{s}{V}$

$\frac{d-r}{V_x'} = \frac{h}{V_y'} \Leftrightarrow \frac{d-r}{-eV_x} = \frac{h}{V_x}$

$\Rightarrow h = \frac{V\sin\alpha(d-r)}{e\,V\cos\alpha} = \tan\alpha \cdot \frac{d-r}{e}$