

$$6.1) \quad 2u - 3v = 2 \cdot (1, 2, 0, 1, -1) - 3(2, 3, -1, 2, 0) = \\ = (2, 4, 0, 2, -2) - (6, 9, -3, 6, 0) = (-4, -5, 3, -4, -2)$$

6.2) a) lin öber ; ses direkt (del av standardbas)

b) lin öber ; standardbasen

c) lin öber ; 5 vektorer i  $\mathbb{R}^4$

d) Inga genvägar tyvärr.

$$\lambda_1(1, 2, 2, 0) + \lambda_2(2, -1, 0, 2) + \lambda_3(2, 0, -1, -2) + \lambda_4(0, 2, -2, 1) = 0 \\ \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 - \lambda_2 + 2\lambda_4 = 0 \\ 2\lambda_1 - \lambda_3 - 2\lambda_4 = 0 \\ 2\lambda_2 - 2\lambda_3 + \lambda_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ -5\lambda_2 - 4\lambda_3 + 2\lambda_4 = 0 \\ -4\lambda_2 - 5\lambda_3 - 2\lambda_4 = 0 \\ 2\lambda_2 - 2\lambda_3 + \lambda_4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5\lambda_2 - 4\lambda_3 + 2\lambda_4 = 0 \\ -9\lambda_3 - 18\lambda_4 = 0 \\ -18\lambda_3 + 9\lambda_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9\lambda_3 - 18\lambda_4 = 0 \\ 45\lambda_4 = 0 \end{cases}$$

Återsubst ger  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$

se linjärt oberoende

- 6.3) a) Nej, 3 vektorer i  $\mathbb{R}^4$   
 b) Ja, bas  
 c) Ja, redan de 4 första är en bas  
 d) Ja, ty linj oberoende  $\Leftrightarrow$  bas  $\Leftrightarrow$  spänner upp  
 enligt basatsen

- 6.4) a) Nej, spänner ej upp  
 b) Ja  
 c) Nej, linj oberoende  
 d) Ja, linj oberoende  $\Leftrightarrow$  bas

6.5) (Ses direkt)

$$\lambda_1 \cdot (1, 2, 3, 4) + \lambda_2 \cdot (0, 1, 2, 3) + \lambda_3 \cdot (0, 0, 1, 2) + \lambda_4 \cdot (0, 0, 0, 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 3\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ 4\lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$$

så linjärt oberoende och därmed bas.

$$\lambda_1 \cdot (1, 2, 3, 4) + \lambda_2 \cdot (0, 1, 2, 3) + \lambda_3 \cdot (0, 0, 1, 2) + \lambda_4 \cdot (0, 0, 0, 1) = (1, 1, 1, 1)$$

ger

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = 0$$

$$\text{så } (1, 1, 1, 1)_e = (1, -1, 0, 0)_{\text{ny bas}}$$

6.6)  $(1, 2, -1, 4, 3) \cdot (2, -1, 3, 4, 5) = 2 - 2 - 3 + 16 + 15 = \underline{28}$