

4. Bundna tillstånd

4.1 En elektron i en oändlig potentialbrunn

a) Vilken bredd har brunnen?

Vi löser tidsberoende Schrödingerekvationen.

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m} \phi'' + V(x)\phi = E\phi \\ V(x) = 0, \quad 0 < x < a \end{cases}$$

I brunnen har vi:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \phi'' + E\phi = 0 \Leftrightarrow \phi'' + k^2\phi = 0, \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

Vi vet att denne DE har lösningar:

$$\begin{cases} \phi = A \sin(kx) + B \cos(kx) \\ \text{RV} \left\{ \begin{array}{l} \phi(0) = 0, \quad \phi(a) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{Randvillkor}) \end{cases}$$

$$\phi(0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

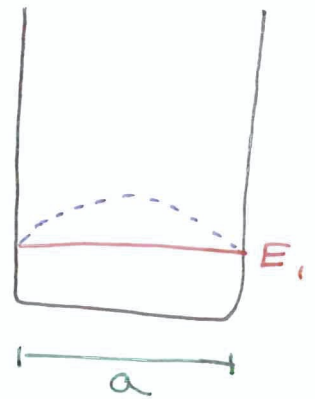
$$\phi(a) = A \sin(ka) = 0 \Rightarrow ka = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\pi n}{k} = \frac{\pi n}{\sqrt{\frac{2mE_n}{\hbar^2}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2mE_n}}$$

$$\text{Vi vet att } E_1 = 0.1 \text{ eV} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 1^2 \cdot \hbar^2}{2m \cdot 0.1 \text{ eV}}} = 2 \text{ nm}$$

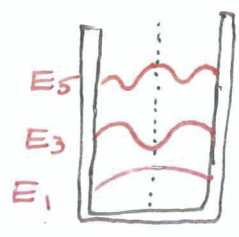
b) Vad är $E_2 - E_1$?

$$E_n = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2m a^2} \Rightarrow E_2 - E_1 = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{2m a^2} - \frac{1\pi^2 \hbar^2}{2m a^2} = 3 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m a^2} \approx 3 \cdot 0.1 \text{ eV} = 0.3 \text{ eV}$$



4.2

Vi vill att amplituden ska vara maximal i mitten, därför måste tillstånd med udda paritet ge högst slh.



4.9

sänd ut en foton med 2.5eV

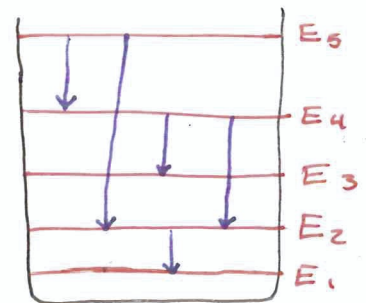
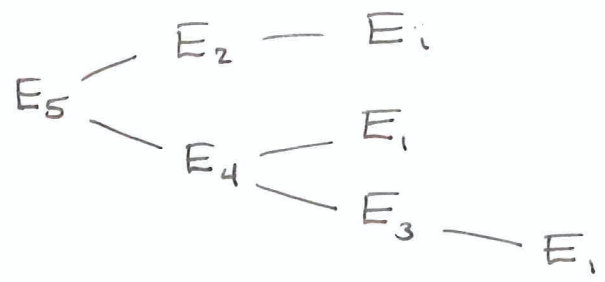
a) $E_2 - E_1 = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2ma^2} - \frac{1\pi^2\hbar^2}{2ma^2} = \frac{3\pi^2\hbar^2}{2ma^2} = 2.5\text{eV} \Leftrightarrow a = \boxed{0.69\text{nm}}$

↑ ↑ se härledning i 4.1

b) $\Delta E = h\nu = 2.5\hbar\omega = 2.5\hbar \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2.5\hbar c}{\Delta E} \approx \boxed{496\text{ nm}}$ GRÖNT

4.11

Enligt 6.80 i Ohlén kan övergångar bara ske mellan tillstånd av olika paritet.



Motsvarande våglängder beräknas enkelt med

$$E_x - E_y = \frac{x^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2} - \frac{y^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2} = \boxed{(x^2 - y^2) \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$$

där x och y väljs från diagrammet ovan och $a = 5\text{nm}$.