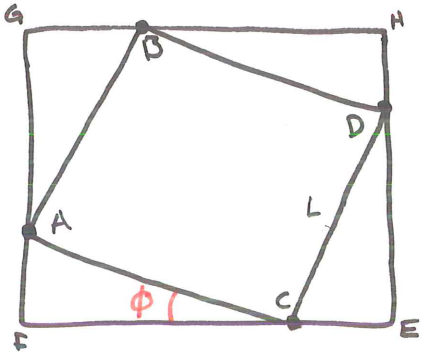
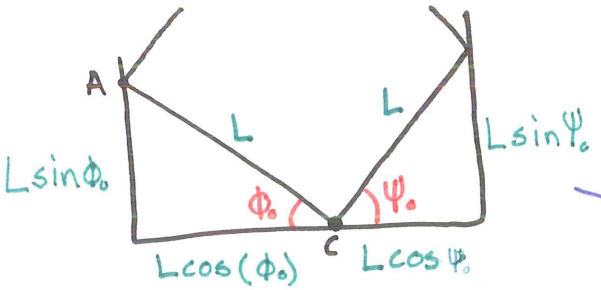
KAPITEL 2

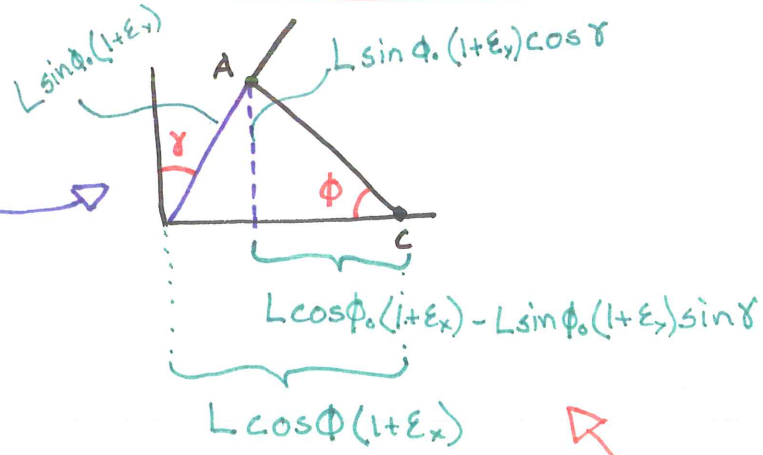
2.1 Bestäm ett villkor ϕ som gör att ABCD blir vinkelrät efter deformationen.



Före deformation



Efter deformation



Lägg lite tid på att acceptera dessa längder!

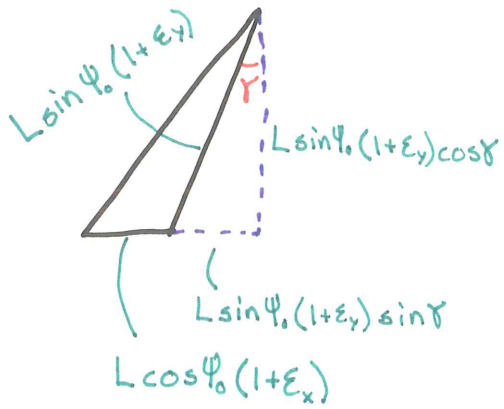
Nu blir det lite räkning:

$$\tan\phi = \tan(\phi_0+\Delta\phi) = \tan\phi_0 + \frac{\Delta\phi}{\cos\phi_0} =$$

$$= \frac{L\sin\phi_0(1+\varepsilon_y)\cos\gamma}{L\cos\phi_0(1+\varepsilon_x)-L\sin\phi_0(1+\varepsilon_y)\sin\gamma} \approx \frac{L\sin\phi_0(1+\varepsilon_y)}{L\cos\phi_0(1+\varepsilon_x)-L\sin\phi_0\gamma} =$$

$$= \frac{L\sin\phi_0}{L\cos\phi_0}(1+\varepsilon_y)(1+\varepsilon_x-\tan\phi_0\gamma)^{-1} = \tan\phi_0(1+\varepsilon_y-\varepsilon_x+\tan\phi_0\gamma)$$

$$\tan\varphi = \frac{L\sin\varphi_0(1+\varepsilon_y)\cos\gamma}{L\cos\varphi_0(1+\varepsilon_x)+L\sin\varphi_0(1+\varepsilon_y)\sin\gamma} =$$



$$\approx \tan\varphi_0(1+\varepsilon_y-\varepsilon_x-\tan\varphi_0\gamma)$$

$\Delta\phi = -\Delta\varphi$ för att bibehålla rät vinkel i den inre kvadraten!

$$\Rightarrow \tan\phi_0(1+\varepsilon_y-\varepsilon_x+\tan\phi_0\gamma) = -\tan\varphi_0(1+\varepsilon_y-\varepsilon_x-\tan\varphi_0\gamma)$$

Rät: $\boxed{\phi_0+\varphi_0=\frac{\pi}{2}}$

$$\Rightarrow \tan\varphi_0 = \cot\phi_0 \Rightarrow 2(\varepsilon_y-\varepsilon_x) = (\cot\phi_0-\tan\phi_0)\gamma$$

$$\Rightarrow \varepsilon_y-\varepsilon_x = \cot(2\phi_0)\gamma \Rightarrow \boxed{\tan(2\phi) = \frac{\gamma}{\varepsilon_y-\varepsilon_x}}$$

2.2

$$U = ax^2y^2 + bxy^2 + cx^2y$$
$$V = ax^2y + bxy$$
$$\varepsilon_{xy} = ax^2y + \beta xy + \alpha x^2 + y$$

Under vilka villkor är U, V, ε_{xy} kompatibla?

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{xy} \Rightarrow \boxed{\gamma_{xy} = 2ax^2y + 2\beta xy + 2\alpha x^2 + 2y}$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx}}$$

$$\frac{du}{dy} = 2ax^2y + 2bxy + cx^2$$

$$\frac{dv}{dx} = 2axy + by$$

$$\boxed{\gamma_{xy} = 2ax^2y + 2bxy + cx^2 + 2axy + by}$$

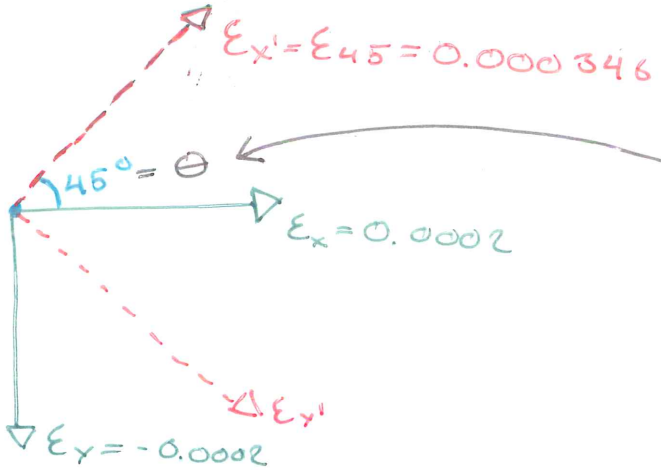
SVAR

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ax^2y = 2ax^2y \\ 2\beta xy = 2bxy + 2axy & \Rightarrow \boxed{\beta = a + b} \\ 2\alpha x^2 = cx^2 & \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{c}{2}} \\ 2y = by & \Rightarrow \boxed{b = 2} \end{cases}$$

2.4

$$\boxed{\varepsilon_x = 0.0002 \quad , \varepsilon_y = -0.0002 \quad , \varepsilon_{45} = 0.000346}$$

a) $\boxed{\text{Beräkna } \varepsilon_1 \text{ och } \varepsilon_2}$ (huvudtöjningsriktn.)



θ är definierad som vinkeln mellan koordinat-axlarna!

Vi har:

$$\boxed{\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta + \gamma_{xy} \sin\theta \cos\theta} \quad (*)$$

(endast γ_{xy} är okänd.) $\Rightarrow \boxed{\gamma_{xy} = 0.00692}$

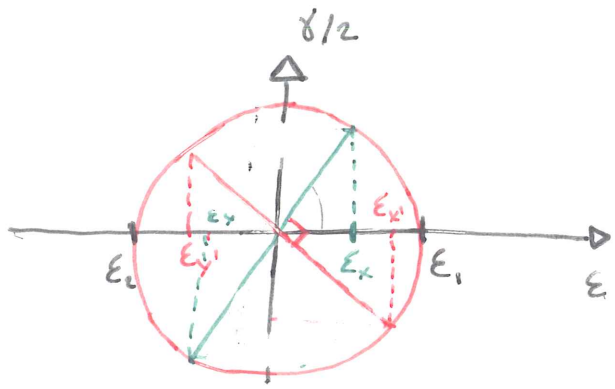
$$\boxed{\varepsilon_{1,2} = \underbrace{\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}}_{=0} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}} \quad (\#)$$

$=0 \Rightarrow$ Mohrs cirkel är centrerad i origo.

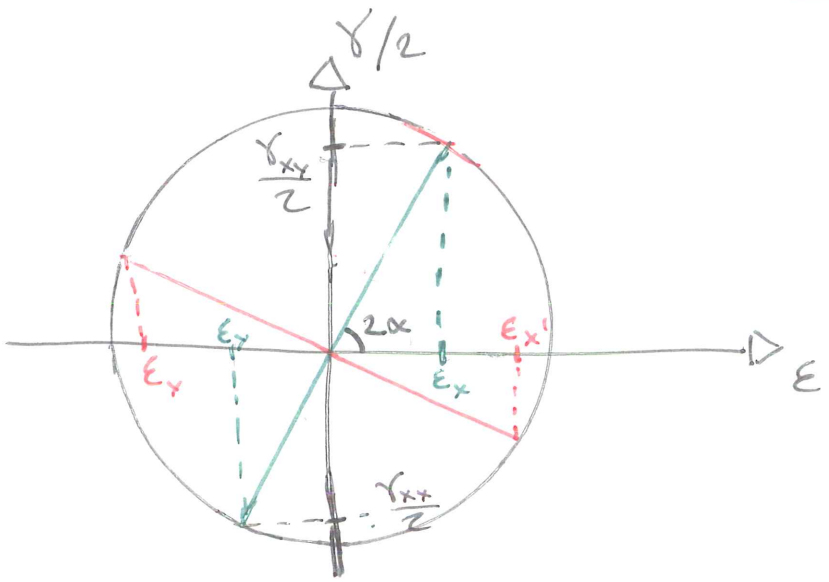
($\varepsilon_{1,2}$ och γ_{xy} är okänd)

SVAR

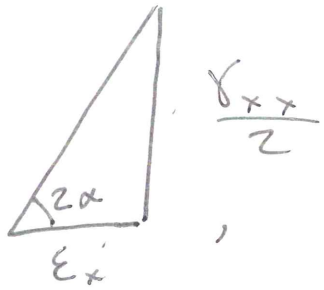
$(*)$ och $(\#) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{1,2} = \pm 0.004}$



b) $\boxed{\text{Bestäm riktningen på } \varepsilon_1 \text{ och } \varepsilon_2}$



<u>Vi söker α</u>



$$\tan(2\alpha) = \frac{\gamma_{xx}/2}{\varepsilon_x}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\gamma_{xy}}{2\varepsilon_x}\right) = \boxed{30^\circ}$$

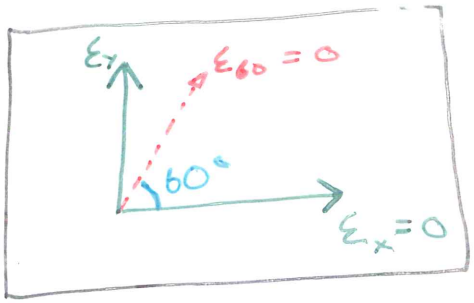
SVAR

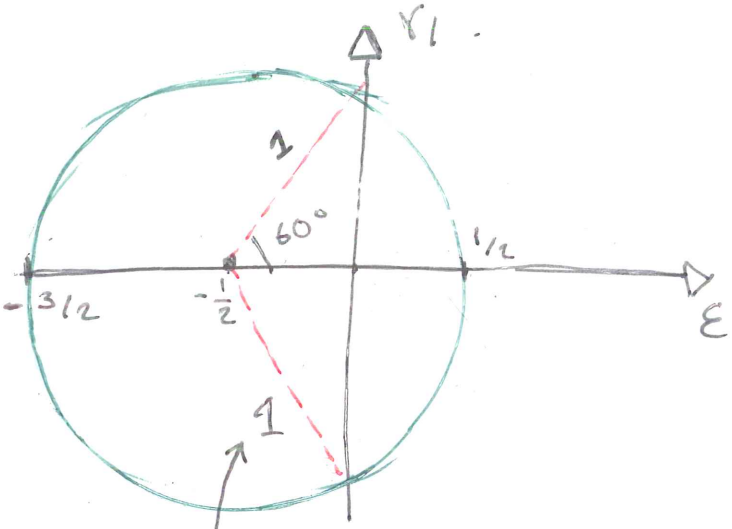
$$\alpha = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\gamma_{xx}}{2\varepsilon_x}\right) = \boxed{-60^\circ}$$

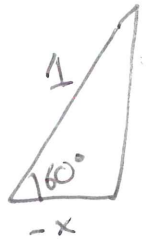
SVAR

2.7

I en plåtyta uppmäts töjning noll i riktning 1 och 2 med 60° vinkeldelning. Vilken information om töjningstillståndet ger detta?







$\Rightarrow -x = \frac{1}{2}$

(Jag sätter R = 1 för att göra allt lättare)

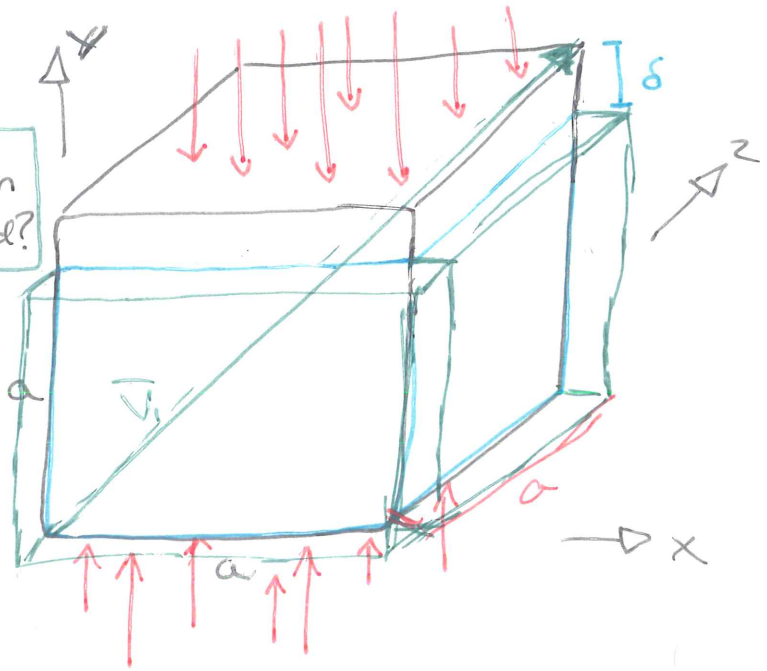
$\Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{1}{2}$ och $\varepsilon_2 = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow \varepsilon_1 : \varepsilon_2 = \frac{1}{2} : -\frac{3}{2} = 1 : -3$

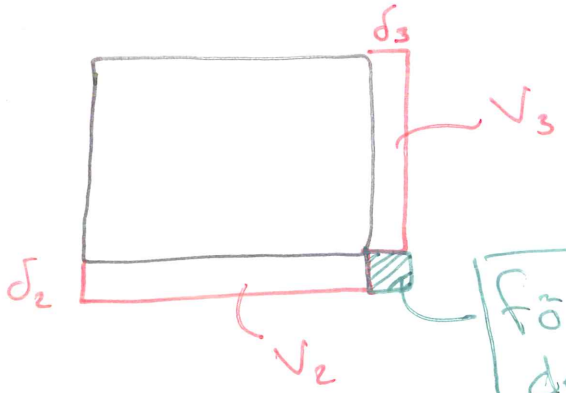
$\gamma_{max} = 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow$ SVAR $\boxed{\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \gamma_{max} = 1 : -3 : 4}$

2.9

Hur stor blir ändringen av rymddiagonalens längd?



Hoptryckningen i höjdled gör att $V_1 = a \cdot a \cdot \delta$ [volym] måste tryckas ut åt sidorna



(Uppifrån)

för små δ är denna del = 0 och $\delta_2 = \delta_3$

$$\boxed{V_1 = V_2 + V_3}$$

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= a^2\delta \\ V_2 &= \delta_2 \cdot a(a-\delta) \\ V_3 &= \delta_3 \cdot a(a-\delta) \end{aligned}\right\} \quad \boxed{a^2\delta = (a-\delta)(\delta_2+\delta_3)a} \; *$$

$$\delta_2 = \delta_3 = \Delta \Rightarrow * : a^2\delta = (a-\delta)\cdot 2\Delta a$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta = \frac{1}{2}\cdot\frac{\delta a}{a-\delta}}$$

Rymddiagonalen

$$\bar{r}_1 = (a, a, a)$$

$$\bar{r}_2 = (a, a+\Delta, a-\delta) = (a, a+\tfrac{1}{2}\tfrac{\delta a}{a-\delta}, a-\delta)$$

$$|\bar{r}_1| - |\bar{r}_2| = \sqrt{3}a - \sqrt{a^2 + \left(a + \tfrac{1}{2}\tfrac{\delta a}{a-\delta}\right)^2 + (a-\delta)^2} =$$

$$= \left[\delta^2 = 0 \text{ för små } \delta\right] =$$

$$= \sqrt{3}a - \sqrt{2a^2 + a^2 + \frac{\delta a^2}{a-\delta}} =$$

SVAR

$$= \boxed{\sqrt{3}a - a\sqrt{3 + \frac{\delta a}{a-\delta}}}$$

(Facit är efterblivet och jag vägrar att lära mig Maclaurinin-utveckling).