Trigonometriska funktioner

Additionsformler $(x, y \in \mathbb{R})$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
$$\sin(x+y) = \cos x \sin y + \cos y \sin x$$

Bevis

Avståndsformeln i enhetscirkeln

$$d^2 = d^2$$

Då får man:

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

Vi väljer $y = -y$, eftersom $\cos y$ är jämn och $\sin y$ är udda får vi.

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

För att få fram additionsformeln för sin, utnyttjar vi att:

$$\sin(x+y) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x - y\right) =$$
$$= \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\cos(y) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\sin(y) =$$
$$= \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

Hjälpvinkelmetoden

w = vinkelfrekvens

amplituden

$$a\sin(wx) + b\cos(wx) = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(wx+\varphi)$$

fasförskjutning

där φ uppfyller $\cos\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\sin\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Bevis

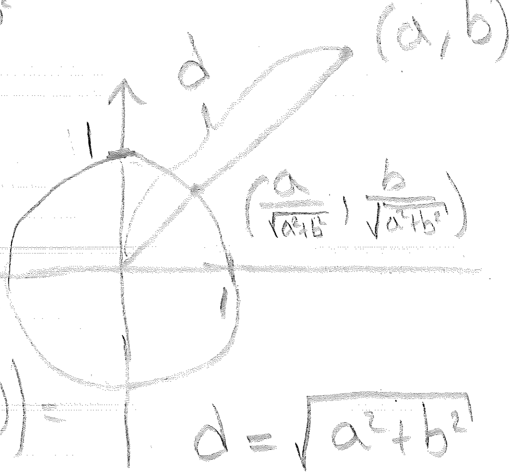
$a\sin(wx) + b\cos(wx) =$

$= \sqrt{a^2+b^2}\left(\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin(wx) + \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos(wx)\right) =$

$= \sqrt{a^2+b^2}\left(\cos\varphi\sin(wx) + \sin\varphi\cos(wx)\right) =$

"additionsformeln"

$= \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(wx+\varphi)$



$d = \sqrt{a^2+b^2}$