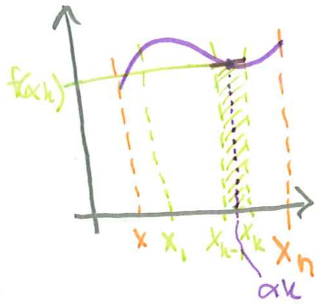
Riemannsummor

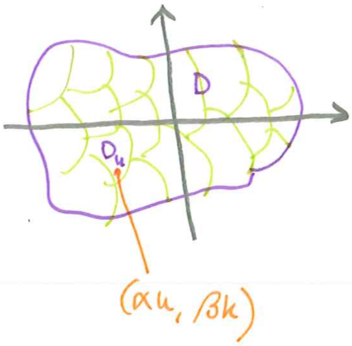
Endim: $\sum_{k=1}^{n} f(\alpha_k)(x_k - x_{k-1})$



För $f(x,y)$ def. på $D \subseteq \mathbb{R}^2$ får vi istället

$$\sum_{k} f(\alpha_k, \beta_k)\,\mu(D_k)$$

↑ arean av D_k



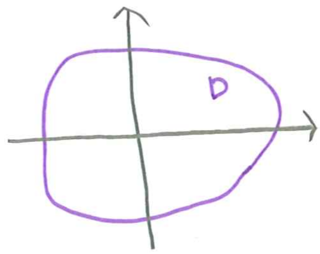
Om f kontinuerlig och områdena D_k blir "mindre och mindre" får vi (precis som i endim)

$\boxed{\text{Sats 7.10}}$

$$\sum_{k=1}^{n} f(\alpha_k, \beta_k)\mu(D_k) \longrightarrow \iint_D f(x,y)\,dx\,dy$$

Integral = "∞ summa av ∞ små delar"

$\boxed{\text{Ex.}}$ plattan D har variabel ytdensitet (kg/m³), vad är totala massan av D.



Lösning: om densiteten konstant $\Rightarrow m = \rho \cdot A$

På en jätteliten del D_k av plattan kan vi anta att

Densiteten

$\rho(x,y)$ är konstant $\approx \rho(\alpha_k, \beta_k)$, några $(\alpha_k, \beta_k) \in D_k$

$\Rightarrow$ massan av $D_k \approx \rho(\alpha_k, \beta_k)\cdot \mu(D_k) \Rightarrow$ Total massa $\sum_k \rho(\alpha_k, \beta_k)\mu(D_k)$

Sats 7.10 ger

$$\text{massan} = \iint_D \rho(x,y)\,dx\,dy$$