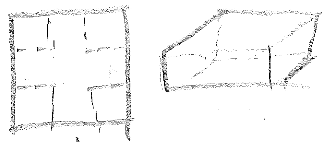
Optimering

största el. minsta värdet av en f.

Ex 1. Vad är största el. minsta värdet av
$f(x) = |x| e^{-x}$, $x \in [-2, 3[$?

Ex 2. Hur ska man klippa för att volymen ska bli så stor som möjligt?

3dm



3dm

Om f är kont. på ett kompakt intervall $[a,b]$
$\underbrace{\text{kompakt}}_{\text{sluten + begr.}}$
vi söker

- stationära punkter (dvs. punkter x så att $f'(x)=0$)
- punkter där funktionen inte är deriverbar.
- ändpkt till intervallet (dvs a och b)

① f är kont på $[-2, 3]$ om vi defn $f(3) = 3e^{-3}$
f är deriverbar i alla pkter $x \in]-2, 3[\setminus \{0\}$

$x>0$: $f(x) = xe^{-x}$, $f'(x) = e^{-x} + x(-e^{-x})$
$= e^{-x}(1-x)$

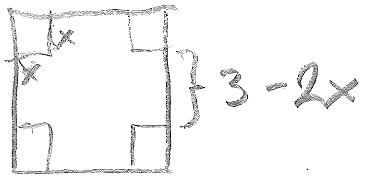
$x<0$: $f(x) = -xe^{-x}$, $f'(x) = -e^{-x}(1-x)$

Stat pkt.: $f'(x) = 0$ lös $e^{-x}(1-x) = 0$, $x = 1$
Pkt där f inte är deriverbar $x = 0$

Ändpunkter $x = -2$

x	-2		0		1		3
$f'(x)$		−		+	0	−	
f		↘	0	↗		↘	

(2)



$V(x) = (3-2x)^2 x$

$0 \le x \le \frac{3}{2}$

$V'(x) = -2 \cdot 2(3-2x)x + (3-2x)^2 = (3-2x)(3-2x-4x) =$
$= (3-2x)(3-6x)$

$V'(x) = 0$ för $x = \frac{3}{2}$ och $x = \frac{1}{2}$

jämföra $V(0) = 0$, $V(\frac{3}{2}) = 0$ och $V(\frac{1}{2}) = (3-1)^2 \frac{1}{2} = 2$

Svar: $x = \frac{1}{2}$ största V är $2\,dm^3$