Räknelagar

För $x, y > 0$ och $k \in \mathbb{R}$ gäller att:

- ${}^a\log(xy) = {}^a\log(x) + {}^a\log(y)$
- ${}^a\log\left(\frac{x}{y}\right) = {}^a\log(x) - {}^a\log(y)$
- ${}^a\log(x^k) = k\,{}^a\log x$

Bevis

$${}^a\log(xy) = {}^a\log\left(a^{{}^a\log x}\, a^{{}^a\log y}\right) =$$
$$= {}^a\log\left(a^{{}^a\log x + {}^a\log y}\right) =$$
$$= {}^a\log x + {}^a\log y$$

Logaritmer i olika baser är proportionella

$${}^a\log x = \frac{{}^b\log x}{\underbrace{{}^b\log a}_{\text{Konst}}} \quad \text{eller} \quad {}^a\log x = \underbrace{{}^a\log b}_{\text{Konst}}\, {}^b\log x$$

Bevis

$${}^a\log x = {}^a\log\left(b^{{}^b\log x}\right) = {}^b\log x\; {}^a\log b$$

$$f(x) = x^x$$

$$\ln f(x) = \ln x^x = x \ln x$$

inversen av $\ln f(x)$

$$f(x) = e^{x \ln x}$$