

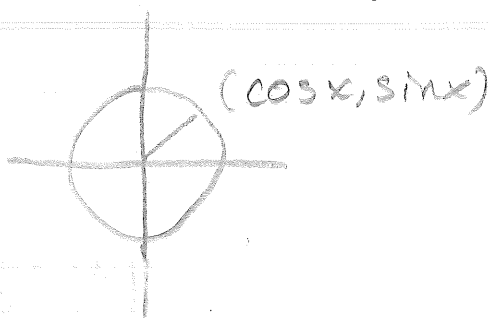
## Hyperboliska funktioner

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{jämn}$$

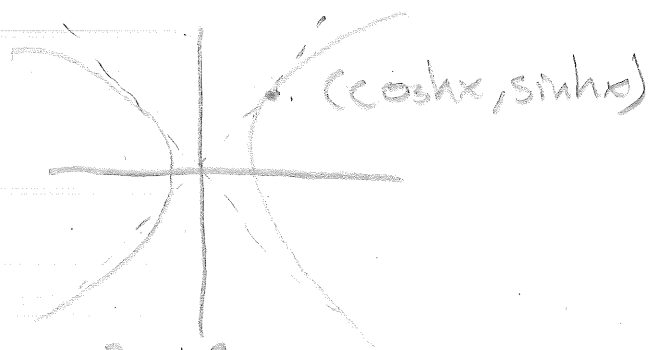
$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{udda}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$



$$s^2 + t^2 = 1$$



$$s^2 - t^2 = 1$$

## Trigonometriska funktioner

$\alpha$  mäts i radianer (moturs)

$\cos$ ,  $\sin$  är  $2\pi$  periodiska

$$V_f = [-1, 1]$$

$$\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

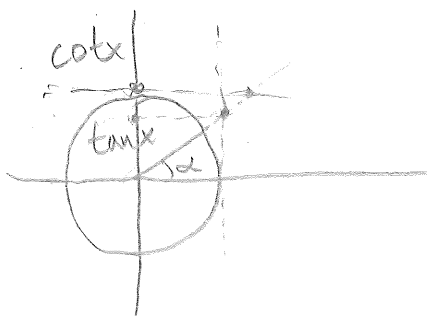
$$\sin \text{ är udda} \quad (\sin(-x) = -\sin x)$$

$$\cos \text{ är jämn} \quad (\cos(-x) = \cos x)$$

$$\text{Vi har } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \quad x \neq k\pi$$

# Geometrisk tolkning av $\tan x$ och $\cot x$



$\tan$  och  $\cot$  är  $\pi$  periodiska

$$\tan(x+\pi) = \frac{\sin(\pi+x)}{\cos(\pi+x)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

Båda funktionerna är udda.

$$\cos a = \cos b \iff a = \pm b + 2\pi k$$

$$\sin a = \sin b \iff a = b + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{el. } a = (\pi - b) + 2\pi k$$

Lös  $\sin(3x) = \sin(2x)$

$$3x = 2x + 2\pi k \quad \text{el.} \quad 3x = (\pi - 2x) + 2\pi k$$

$\Downarrow$

$$x = 2\pi k$$

$$5x = \pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} k \quad k \in \mathbb{Z}$$

Lös  $\sin(3x - \pi) = \cos(5x)$

$$\sin(3x - \pi) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$3x - \pi = \frac{\pi}{2} - 5x + 2k\pi$$

el.

$$3x - \pi = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + 2k\pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$