Faktorsatsen

Antag att $p(x)$ är ett polynom och att $\alpha \in \mathbb{R}$. Då gäller om och endast om:

$$p(\alpha)=0 \iff (x-\alpha) \text{ är en faktor till } p(x)$$

dvs $f(x)=q(x)\cdot(x-\alpha)$ för något polynom $q(x)$

Bevis

Om $p(x)=(x-\alpha)q(x)$ för ngt pol $q(x)$ så är $p(\alpha)=\overbrace{(\alpha-\alpha)}^{=0}q(x)$

Denna implikation är trivial

$\Rightarrow$ Enligt satsen om polynomdivision finns pol $q(x)$ och $r(x)$ så att

$p(x)=q(x)(x-\alpha)+r(x)$ och $\deg r < \deg(x-\alpha)=1$

Det vill säga att $r(x)=C$ för någon konstant C.

Eftersom $p(\alpha)=0$ är $q(\alpha)\overbrace{(\alpha-\alpha)}^{0}+\overbrace{r(\alpha)}^{C}=0$

Så $C=0$

Dvs $p(x)=(x-\alpha)q(x)$ $\square$