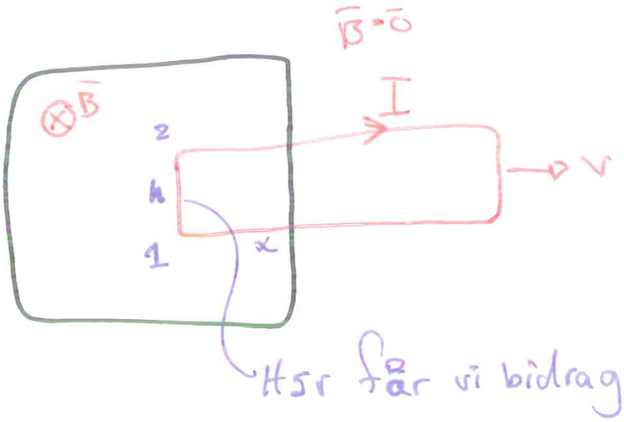
Elmagi

Föreläsning 9

28/9 - 2015

Ex: Inducerad EMK



$$\varepsilon = \int_1^2 \bar{v} \times \bar{B} \cdot d\bar{l} = Bhv$$

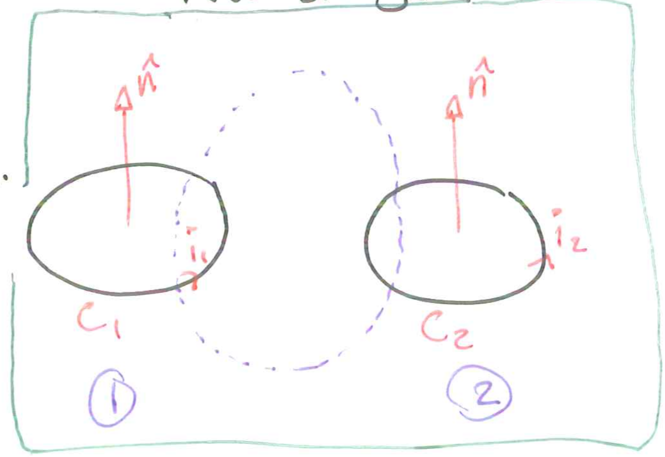
$$\phi = \iint \bar{B} \cdot \hat{n} \, dS = Bhx$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}}$$

Magnetisk koppling

Ex: Transformatorer, trådlös överföring av info & energi, RFID.

Två slingor



- Induktans

i_1 och i_2 ger flöde (totala) ϕ_1 & ϕ_2.
Superposition ger

$$\rightarrow \boxed{\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11} + \phi_{12} \\ \phi_2 &= \phi_{22} + \phi_{21} \end{aligned}}$$

ϕ_{11} = flödet genom 1 orsakat av i_1.
ϕ_{12} = flödet genom 1 orsakat av i_2.
ϕ_{21} = —— " —— 2 —— " —— i_1
ϕ_{22} = —— " —— 2 —— " —— i_2

Linjaritet ger:

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\Phi_{11} = L_1 \cdot i_1 \\ \Phi_{12} = M_{12} \cdot i_2 \\ \Phi_{21} = M_{21} \cdot i_1 \\ \Phi_{22} = L_2 \cdot i_2\end{array}}$$

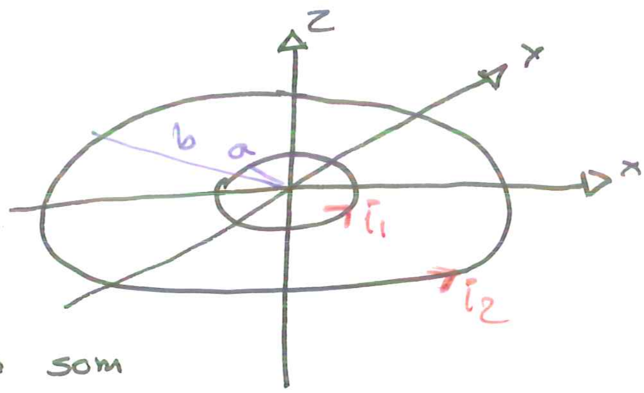
L = SJÄLVINDUKTANS.

M = ÖMSESIDIG INDUKTANS.

Griffiths visar att $M_{12} = M_{21}$.

Ex: Två cirkulära slingor

$\boxed{a \ll b, \text{ Bestäm } M_{12} = M_{21}}$.



① $i_1 = 0$, $i_2 \neq 0$

om a är litet så kan vi anta att magnetfältet i origo är samma som på slinga 1.

Biot Savart $\Rightarrow \boxed{\bar{B}(\bar{0}) = \frac{\mu_0 i_2}{2b}\hat{z}}$

$a \ll b \Rightarrow \bar{B}(\bar{r}) \simeq \bar{B}(\bar{0})$

$\Rightarrow \Phi_{12} = \bar{B}(0) \cdot \hat{z}\,\pi a^2 \Rightarrow \boxed{M_{12} = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b}}$

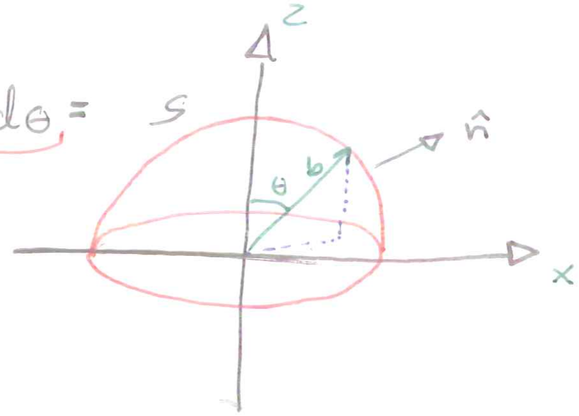
② $i_1 \neq 0$, $i_2 = 0$

a liten $\Rightarrow \bar{B}(\bar{r}) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}(2\hat{r}\cos\theta + \hat{\theta}\sin\theta)$, $r \gg a$.

Vi kan inte integrera över en cirkel eller så eftersom vi då kommer nära slinga 1 och då gäller ej $r \gg a$.

Därför integrerar vi över en halvsfär.

$$\Phi_{21} = \int_S \bar{B}\cdot\hat{n}\, ds = \int_0^{\pi/2}\int_0^{2\pi} \bar{B}\hat{r}\, \underbrace{b^2 \sin\theta\, d\varphi\, d\theta}_{b^2} =$$



$$= \frac{\mu_0 m}{4\pi b^3}\cdot 2b^2 \cdot 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta\, d\theta =$$

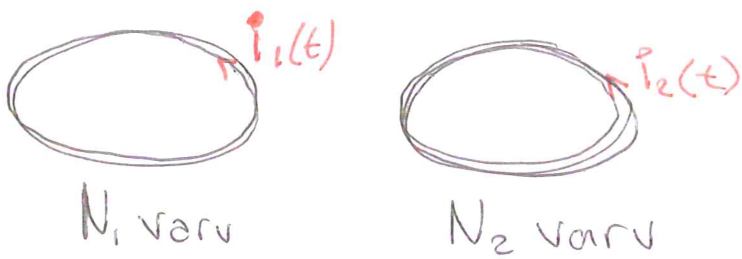
$$= \frac{\mu_0 m}{\cancel{4\pi} b^3}\cdot \cancel{2 b^2}\cdot \cancel{2\pi}\cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu_0 m}{2b} = \frac{\mu_0 \pi a^2 i_1}{2b}$$

$$M_{12} = M_{21}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_1} = \frac{\mu_0 a^2 \pi}{2b} = \frac{\Phi_{12}}{i_2} = M_{12}}$$

Slingor med flera varv

I varje varv induceras:



$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\varepsilon_1 &= -\frac{d\Phi_1}{dt} \\ \Delta\varepsilon_2 &= -\frac{d\Phi_2}{dt} \end{aligned}}$$

(i slinga 1)

(i slinga 2)

$\Rightarrow$ Totalt inducerad EMK:

$$\varepsilon_1 = N_1 \cdot \Delta\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = -N_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt} - N_1 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -N_2 \Delta\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_{22}}{dt} - N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

L_1, L_2, M_{21} och M_{12} definieras av:

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

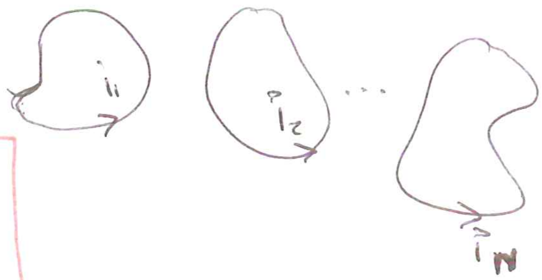
$$\mathcal{E}_2 = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} - M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$\boxed{L_1 = N_1 \frac{\Phi_{11}}{i_1} \qquad M_{12} = M_{21} = \frac{\Phi_{12}}{i_2} = N_1 \frac{Q_{21}}{i_1} \qquad L_2 = N_2 \cdot \frac{\Phi_{22}}{i_2}}$$

Finns i formelsamlingen tror jag

Magnetisk energi

Fall 1: N slingor



Systemets magnetiska energi ges av

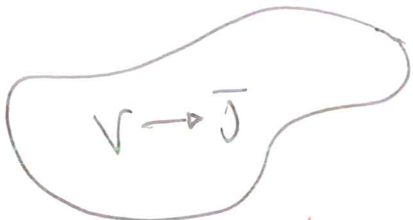
$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\left(\sum_{n=1}^{N} L_n i_n^2 + \sum_{n=1}^{N}\sum_{\substack{m=1 \\ m\neq n}}^{N} M_{nm} i_m i_n\right)}$$

Ok, se FS.

Det visar sig att:

$\bar{J} \Rightarrow \bar{A}$ = vektorprodukt

Fall 2:



$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\int_V \bar{J}\cdot\bar{A}\,dr}$$

Använd denna.

alternativt (bättre): $\boxed{W_m = \frac{1}{2}\int_{\text{alla rum}} \bar{B}\cdot\bar{H}\,dr}$