ELMAGI

Föreläsning 8

24/9-2015

Magnetisk fältstyrka: $H = \frac{1}{\mu_0} B - M$

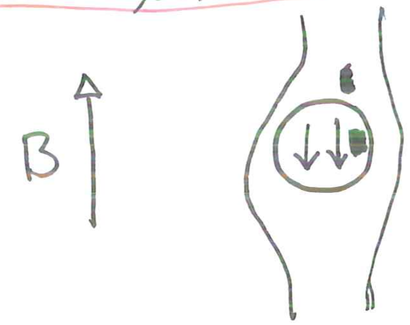
Amperes lag: $\nabla \times H = J_f$

Linjära material:

$M = X_m H \Rightarrow B = \mu_0 (1 - X_m) H = \mu_0 \mu_r H$

$\llcorner$ relativ permea-bilitet

Om $\mu_r < 1$

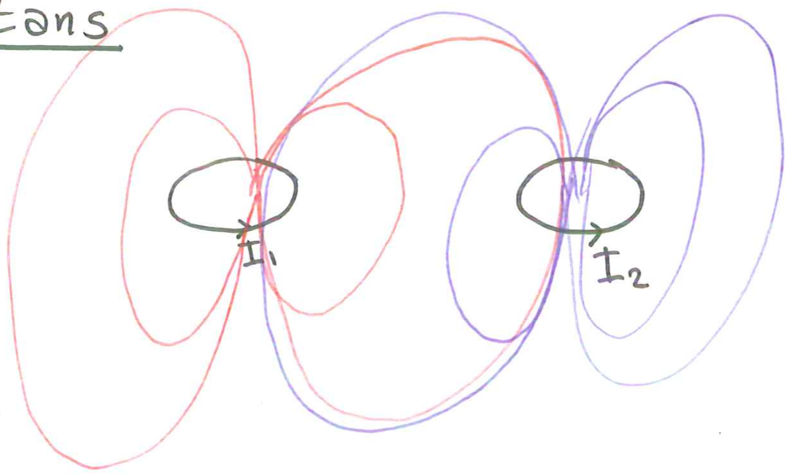


Magnetiseringen blir tvärt om.

Ömsesidig Induktans

Li jaritet $\Rightarrow$ ϕ_{21} = flödet genom slinga 2 genererat av $I_1 = L_{21} I_1$

ϕ_{12} = flödet genom 1 genererat av $I_2 = L_{12} I_2$



Man kan visa att:

$\boxed{L_{12} = L_{21}}$ Gäller allmänt utan krav på symmetri.

Induktion

Låt oss säga att vi har ett $\bar{B}(\bar{r},t)$ som varierar i tiden t.

$\Rightarrow$ Då induceras $\bar{E}(\bar{r},t)$.

Faraday gjorde massa experiment på detta och utifrån hans resultat fick vi:

Induktionslagen (Faradays lag)

$$\boxed{\nabla\times\bar{E}(\bar{r},t) = -\frac{\delta\bar{B}(\bar{r},t)}{\delta t}}$$ Diff. form.

OBS: $\nabla\times\bar{E}\neq\bar{0} \Rightarrow E\neq-\nabla V$

Men $\nabla\cdot\bar{B}=0 \Rightarrow \bar{B}=\nabla\times A$

$$\Rightarrow \nabla\times\bar{E} = -\frac{\delta}{\delta t}(\nabla\times\bar{A}) =$$

$$= -\nabla\times\left(\frac{\delta\bar{A}}{\delta t}\right)$$

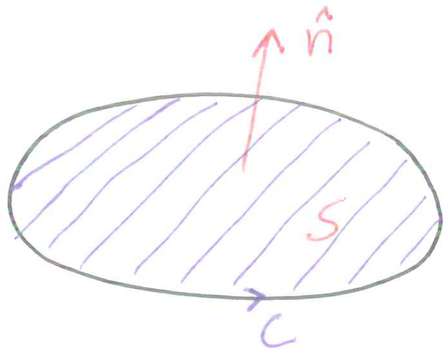
$$\Rightarrow \nabla\times\underbrace{\left(\bar{E}+\frac{\delta\bar{A}}{\delta t}\right)}_{\text{Konservativt}} = 0$$

Konservativt $\Rightarrow$ Vi inför en skalär potential

$$\Rightarrow \bar{E}+\frac{\delta\bar{A}}{\delta t} = -\nabla V \Rightarrow \boxed{E = -\nabla V - \frac{\delta\bar{A}}{\delta t}}$$

Induktionslagen på integralform

$$\int_S \nabla\times\bar{E}\cdot\hat{n}\,ds = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S B\cdot\hat{n}\,ds$$



Stokes sats ger:

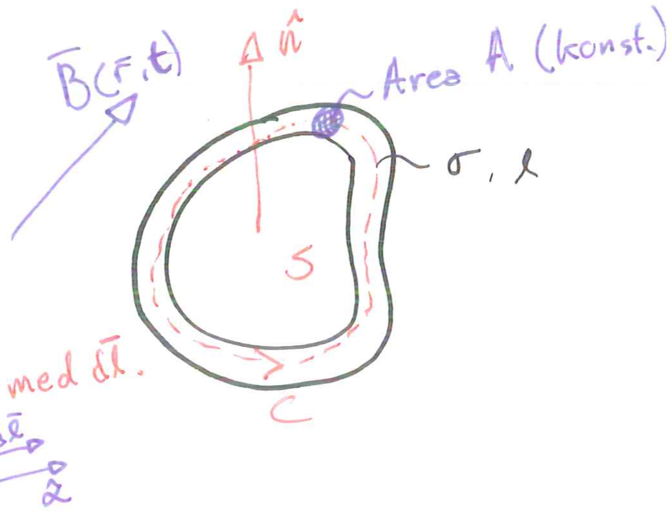
$$\oint_C \bar{E}\,d\bar{l} = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

stillastående slinga.

$\Phi(t) = \int_S \bar{B}\,\hat{n}\,ds$ = Flödet genom S.

Elektromotorisk kraft $\mathcal{E}$ (EMK)

Stillastående slinga $\Rightarrow$ $\mathcal{E} = \oint_C \bar{E}\,d\bar{l} = -\dfrac{d\phi}{dt}$ = EMK.



Exempel

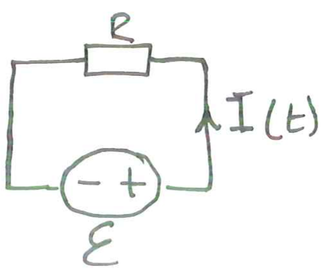
$$\mathcal{E} = \oint \bar{E}\,d\bar{l} = -\frac{d\phi}{dt}$$

Ohms lag: $\Rightarrow \bar{E} = \dfrac{\bar{J}}{\sigma} = \dfrac{I}{\sigma A}\hat{\alpha}$ $\hat{=}$ parallell med $d\bar{l}$.

$d\bar{l}$ $\hat{\alpha}$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \oint \frac{I}{\sigma A}\hat{\alpha}\,d\bar{l} = \frac{I}{\sigma A}\oint_C dl =$$

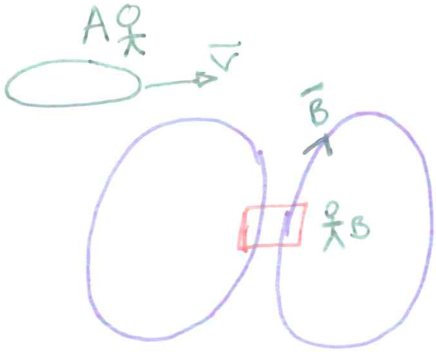
$= \dfrac{Il}{\sigma A} = RI$ $\Rightarrow$ $\mathcal{E}$ fungerar som spänningskälla.

$\Rightarrow$  $\Leftrightarrow$ 

$\mathcal{E}$ driver I i C:s omloppsbana

$$\boxed{\mathcal{E} = RI = -\frac{d\phi}{dt}}$$

EMK i rörlig slinga



A rör sig med $\bar{v}$
B står stilla

A:s tolkning

Slingan är stilla medan magneten rör sig

$\Rightarrow \bar{B}$ varierar med t.

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \oint_C \bar{E}\,d\bar{l} = -\frac{d\phi}{dt}$$

A ser att en laddning q får en kraft $F = qE$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{q} \oint_C \bar{F}\,d\bar{l}$$

B:s tolkning

Slingan rör sig med $\bar{v}$. $\bar{B}(\bar{r})$ är konstant i tiden.
q på slingan känner kraften $\bar{F} = q\bar{v} \times \bar{B}$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1}{q} \oint_C \bar{F}\,d\bar{l} = \oint_C \bar{v} \times \bar{B}\,d\bar{l}$$

Vi har alltså SAMMA $\mathcal{E}$ för A och B!

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}}$$

Allmänt gäller:

$$\boxed{\mathcal{E} = \oint_C (\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})\,d\bar{l} = -\frac{d\phi}{dt}}$$