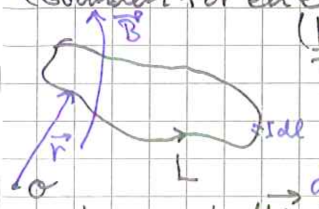
24/9-2012

Kraftverkan på magnetisk dipol (6.1.2)

(7)

① Kraft $\vec{F}$ och vridmoment $\vec{N}$ på en strömslinga i ett konstant yttre $\vec{B}$-fält. (Grunden för en elmotor)



(Kraften ges av Lorentz-kraften $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$)

På ett strömelement får vi en kraft $d\vec{F}$

$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}$ och ett vridmoment $d\vec{N}$ (m.a.p. origo O)

$d\vec{N} = \vec{r} \times d\vec{F} = I\vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B})$

Totalt på slingan:

$$\vec{F} = I \oint_L d\vec{l} \times \vec{B} \quad \text{(B.l.L. formeln).}$$

$$\vec{N} = I \oint_L \vec{r} \times (d\vec{l} \times \vec{B})$$

Homogent $\vec{B}$-fält $\Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$ $(\oint d\vec{l} = 0)$

Vidare kan man visa att (i boken i ett specialfall) $\boxed{\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B}}$ Jmfr. vridmoment på elektrisk dipol $\vec{p}$ i yttre $\vec{E}$-fält $\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}$.

② Kraften $\vec{F}$ på en strömslinga i ett inhomogent yttre $\vec{B}$-fält. I analogi med el. fallet $\vec{F} = \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B})$ Jmfr. el. fallet $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \nabla)\vec{E} \underset{\text{stat}}{=} \nabla(\vec{p} \cdot \vec{E})$.

Fält från magnetiska material (kap 6.2) och magnetisering (6.1.4).

Elektronernas rörelse kring atomen modelleras med ett magnetiskt dipolmoment $\vec{m}_i$ (inkl. e^- spinn) (även kärnan bidrar).

Vektorpotentialen från dipolerna blir

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_i \frac{\vec{m}_i \times (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}.$$

Övergång till kontinuerlig fördelning $\sum_i \vec{m}_i = \iiint_V \vec{M}\, dV$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_{V_{\text{materialet}}} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}\, dV'$$

$\vec{M}$ kallas magnetisering $= \boxed{\text{magnetiskt dipolmoment/v.e.}}$

$\vec{M}$ kan vara av inducerad eller permanent natur. På samma sätt som för elektrisk polarisation i det elektriska fallet får vi följande omskrivning

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\nabla' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\, dV' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oiint \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times \hat{n}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\, dS.$$

Jmfr. det generella uttrycket på vektorpotential: $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\, dV'$

Vi ser att inverkan av materialet är ekvivalent med två bidrag

(i) Strömtäthet $\vec{J}_b = \nabla \times \vec{M}$

(ii) Ytströmtäthet $\vec{J}_{bs} = \vec{M} \times \hat{n}$

Jmfr. $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$, $\rho_{ps} = \hat{n} \cdot \vec{P}$ (elstatik)

Notera att $\nabla \cdot \vec{J}_b = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{M}) = 0$ (stationära strömmar)

Magnetiskt fält $\vec{H}$ (6.3)

Verkan av magnetisering i ett magnetiskt material ä. en strömtäthet $\vec{J}_b = \nabla \times \vec{M}$ från bundna laddningar. Om vi dessutom har en (fri) strömtäthet $\vec{J}_f$ får vi enligt Amperes lag

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_{tot.} = \mu_0(\vec{J}_f + \vec{J}_b) = \mu_0 \vec{J}_f + \mu_0 \nabla \times \vec{M}.$$

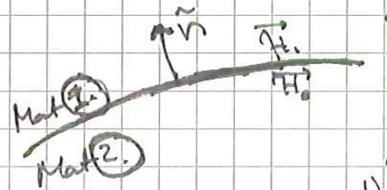
$$\nabla \times (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) = \mu_0 \vec{J}_f.$$

Def: Den magnetiska fältstyrkan $\vec{H}$ [A/m]

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}} \qquad \boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_f} \quad \text{Amperes lag}$$

Randvillkor (5.4.2 + 6.3.3).



På ömse sidor av en skiljeyta mellan två olika material gäller

1) $\hat{n} \times \vec{H}_1 - \hat{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_{sf}$

(Tangentialkomponent diskontinuerlig med ytströmtäthet $\vec{J}_{sf}$).

2) $\hat{n} \cdot \vec{B}_1 = \hat{n} \cdot \vec{B}_2$ (Normalkomponent alltid kontinuerlig).

Linjära och isotropa material (6.4.1).

Magnetiseringen $\vec{M}$ antas vara proportionell mot $\vec{H}$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

där χ_m är materialets magnetiska susceptibilitet

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

$\mu_r = 1 + \chi_m$ = Materialets relativa permeabilitet

$\mu = \mu_0 \mu_r$ = Materialets absoluta permeabilitet

Klassificering av material

1) Diamagnetiskt material $\chi_m < 0$, $\mu_r \lesssim 1$

2) Paramagnetiskt material $\chi_m > 0$, $\mu_r \gtrsim 1$

3) Ferromagnetiskt material $\mu_r \gg 1$

Ex) Olika magnetiska material

Ämne	χ_m	
Bly (Pb)	$-1{,}69 \cdot 10^{-5}$	Diamagn.
Koppar (Cu)	$0{,}94 \cdot 10^{-5}$	Diamagn.
Vatten (H_2O)	$-0{,}88 \cdot 10^{-5}$	Diamagn.

Ämne	χ_m	
Platina (Pt)	$2{,}93 \cdot 10^{-?}$	Paramagn.
Alum. (Al)	$2{,}14 \cdot 10^{-4}$	Paramagn.

Ämne	χ_m	
Järn	$\lesssim 280000$	Ferromagn.
Gjutjärn	$\lesssim 41000$	Ferromagn.