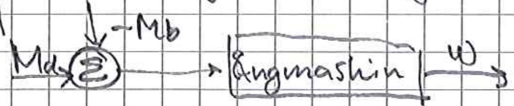
24/1-2012 (5)

Den oreglerade ångmaskinen



Momentekvationen:

$J\dot{\omega} + D\omega = M_d - M_b$

Stationär: $\dot{\omega} = 0$

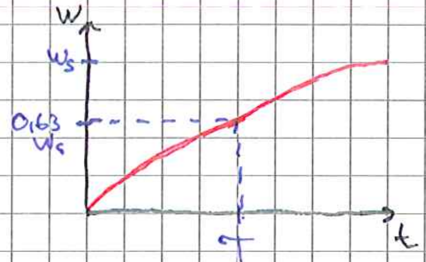
$\Rightarrow \omega_s = \frac{M_d - M_b}{D}$

ω = varvtal
M_d: drivande moment
M_b: Belastningsmoment
J: Tröghetsmoment
D: Dämpningskoefficient

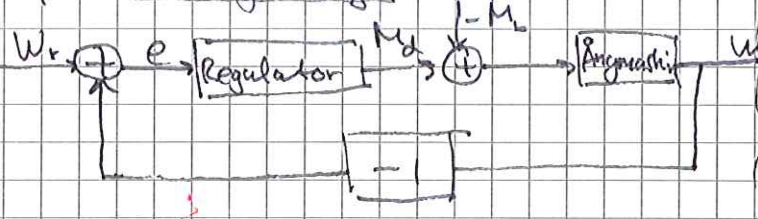
Varvtalet ändras vid lastvariationer (M_b) och processvariationer (D)

Dynamiska egenskaper

$w(t) = w_s(1 - e^{-t/T})$, $T = \frac{J}{D}$



Proportionell reglering:



$M_d = K(w_r - w)$

$J\dot{\omega} + Dw = K(w_r - w) - M_b$

$J\dot{\omega} + (D+K)w = Kw_r - M_b$

Stationär: $\dot{\omega} = 0$

$\Rightarrow w_s = \frac{K}{D+K} w_r - \frac{1}{D+K} M_b$

Om $K \to \infty \Rightarrow W_s \to W_r$ (Går ej i praktiken)

Slutsats: Stort K ⇒ Mindre känsligt för variationer i last (M_b) och processen (D)

Dynamiska egenskaper:

$w(t) = w_s(1 - e^{-t/T}) \Rightarrow T = \frac{J}{D+K}$

⇒ Stort K ⇒ Samma insvängning.

PI-reglering

$$\begin{cases} M_d = K(w_r - w) + \frac{K}{T_i}\int (w_r - w)\,dt \\ J\dot{w} + Dw = M_d - M_b \end{cases}$$

$J\dot{w} + Dw = K(w_r - w) + \frac{K}{T_i}\int (w_r - w)\,dt - M_b$

Derivera! (Vill ej arbeta med integral.)

$\Rightarrow J\ddot{w} + D\dot{w} = K(\dot{w}_r - \dot{w}) + \frac{K}{T_i}(w_r - w) - \dot{M}_b$

$\dot{w}_r = 0$

$\dot{M}_b = 0$ (last konst).

$J\ddot{\omega} + (D+K)\dot{\omega} + \frac{K}{T_i} w = \frac{K}{T_i} W_r$

Stationärt: $\dot{\omega} = \ddot{\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{w_s = w_r}$

Dynamiska egenskaper:

Karaktäristiskt polynom:

$Js^2 + (D+K)s + \frac{K}{T_i} = 0$

$s^2 + \frac{D+K}{J}s + \frac{K}{T_i J} = 0$ (Har 2 poler)

Poler: Reella eller komplexa

Välj K och T_i så att polerna placeras lämpligt.

Stabilitet

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Asymptotisk stabilitet: Ett system är asymptotiskt stabilt om $x(t) \to 0$, $t \to \infty$ för alla initialtillstånd då $u(t) = 0$

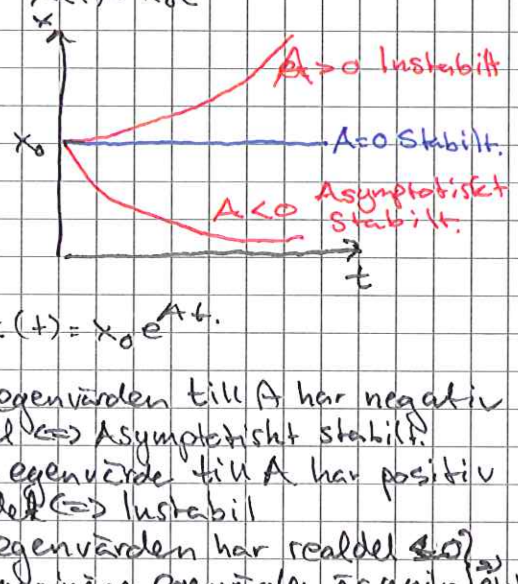
Stabilitet: Ett system är stabilt om $x(t)$ är begränsad för alla initialtillstånd då $u(t) = 0$.

Instabilt: Systemet är instabilt om något instabilt tillstånd existerar som ger ett obegr. x då $u(t) = 0$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$ (ger info om stabilitet)

Skalära fallet

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad x(t) = x_0 e^{At}$$

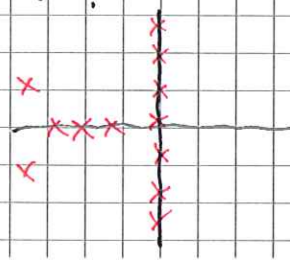


$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad x(t) = x_0 e^{At}.$$

(I) Alla egenvärden till A har negativ realdel ⟺ Asymptotiskt stabilt.

(II) Något egenvärde till A har positiv realdel ⟺ Instabil

(III) Alla egenvärden har realdel ≤ 0, Rent imaginära egenvärden är unika ⇒ Stabil



Stabilitetsanalys

Har karaktäristiska polynomet
$s^n + a_1 s^{n-1} \ldots - a_n$

Rötter i VHP $\Leftrightarrow$ A.s. stabilt.

Karaktäristiska polynomet = nämnarpolynomet i $G(s)$ $\Rightarrow$
egenvärden till A $\Leftrightarrow$ rötter i $G(s)$.

Asymptotiskt stabilt:

Metoder: (Rötter i VHP)	$s + a_1$	$a_1 > 0$
	$s^2 + a_1 s + a_2$	$a_1 > 0, a_2 > 0$
	$s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3$	$a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$
		$a_1, a_2 > a_3$.