17/9-2012

Linjära och isotropa material (kap 4.4)

Inducerad polarisation sedan (S). tidigare $\Rightarrow \vec p = \alpha \vec E$ — lokalt fält vid atomen

Polarisationsbarhet

Polarisationen $\vec P$ antas bero linjärt på det totala elektriska fältet $\vec E$

$$\vec P = \varepsilon_0 \chi_e \cdot \vec E$$

$\vec E$ är det makroskopiska (medelvärdesbildat över en i får) fältet.

χ_e = Elektrisk susceptibilitet för materialet (enhetslös).

$$\vec D = \varepsilon_0 \vec E + \vec P = \underbrace{\varepsilon_0(1+\chi_e)}_{\varepsilon}\vec E$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0\underbrace{(1+\chi_e)}_{\varepsilon_r} = \varepsilon_0\varepsilon_r$$

$\varepsilon_r = 1+\chi_e$ Relativ permittivitet

$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ Absolut permittivitet.

Elektrostatisk energi (återbesök) (Kap 4.4.3)

För laddningar i vakuum gäller

$$W_e = \frac{1}{2}\iiint \rho V dv = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint_{\mathbb{R}^3}|\vec E|^2 dv$$

I närvaro av bundna laddningar (dielektrika) modifieras detta uttryck till

$$W_e = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{2}\iiint_{\mathbb{R}^3}|E|^2 dv = \boxed{\frac{1}{2}\iiint_{\mathbb{R}^3}\vec D\cdot\vec E\, dv}$$

Krafter på dielektrika

Energilagen (slutet system)

$$\Delta W_e + \Delta W \underbrace{(+\Delta W_{förlust})}_{\text{tas ej med, förlustfritt}} = 0$$

ΔW_e = förändring i elektrostatisk energi.

ΔW = förändring i det mekaniska arbetet som systemet utför.

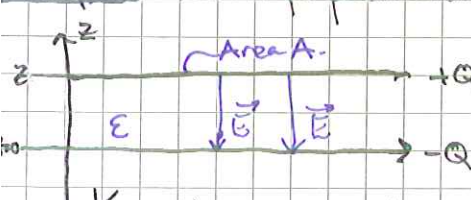
Dielektriska kroppar eller ledare.

$\Delta W = \vec F\cdot\Delta\vec l$ (arbete som systemet utför)

$\Delta W_e = -\Delta W = -\vec F\cdot\Delta\vec l$

eller $\boxed{\vec F = -\nabla W_e}$ (slutet system)

Exempel! Kraft på plattkondensator



Kapacitans med vakuum mellan plattorna $C = \frac{\varepsilon_0 A}{z}$, $W_e = \frac{1}{2}Q^2/C$

Modifiera detta själv till linjärt dielektrikum ε mellan plattorna

$$C = \frac{\varepsilon A}{z},\quad W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Kraften på den övre plattan (slutet system, Q konst)

$$\vec F = -\nabla W_e = -\hat z\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{2}\frac{Q^2 z}{\varepsilon A} = -\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon A}\hat z =$$

$$= \frac{1}{2}QE\hat z$$

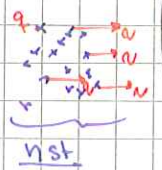
Strömmar (kap 5) (S.7.3)

Laddningstransport kan ske på flera sätt. Några är

1) Ledningselektroner (eller hål) i metaller eller halvledare.
[Små hastigheter ~10^{-4} m/s, stora mängder]
2) Strömmar i elektrolyter som en följd av jontransport.
3) Strömmar av elektroner eller joner i vakuum eller utunnade gaser (t.ex. katodstrålerör).
[Höga hastigheter, små mängder].

I samtliga fall definieras strömtäthet $\vec J$ som

$$\boxed{\vec J = Nq\vec v}$$



N = antalet laddningsbärare/volymsenhet

q = laddningsbärarnas laddning

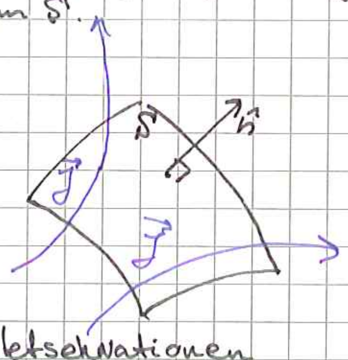
$\vec v$ = — " — hastighet

$$\vec J : \left[\frac{C}{m^2 s};\ \frac{A}{m^2}\right]$$

Strömmen (I) genom ytan S är flödet av $\vec J$ genom S.

$$I = \iint_S \vec J\cdot\hat n\, dS$$

Enhet: Ampere [A].



Kontinuitetsekvationen

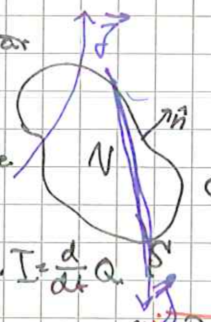
(Laddningens bevarande)

Strömmen ut ur ytan S är

$$I = \iint_S \vec J\cdot\hat n\, dS.$$

I är den laddning/t.e. som lämnar N.

Total laddning i N: $Q = \iiint_N \rho\, dv$



Laddningens bevarande: $I = \frac{d}{dt}Q$.

$$\underbrace{\iint_S \vec J\cdot\hat n\, dS}_{\text{div.satsen}} = -\frac{d}{dt}\iint \rho\, dN = -\iiint_N \boxed{\frac{\partial}{\partial t}\rho}\, dv$$

$$\iiint_N \boxed{\nabla\cdot\vec J}\, dv$$

N godt. $\Rightarrow$ $\boxed{\nabla\cdot\vec J = -\frac{\partial\rho}{\partial t}}$ KONTINUITETSEKVATION

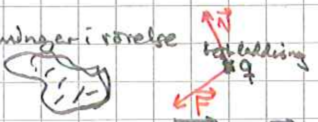
Stationära strömmar $\nabla \cdot \vec{J} = 0$
(Inga strömkällor)

Integral form

$$\oiint_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, dS' = 0$$
(Kirchhoffs strömlag)

Magnetostatik (Kap. 5)

Kraftverken mellan laddningar i rörelse (Kap 5.1.2)



Kraften på testladdningen q som har en hastighet $\vec{v}$ är

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$ Lorentzkraften

$\vec{E}$: elektriskt ursprung; $\vec{v} \times \vec{B}$: magnetiskt ursprung.

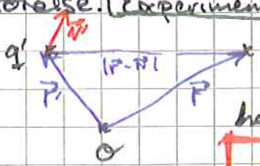
$\vec{B}$ magnetisk flödestäthet $[T, Vs/m^2]$

$\vec{E}$ elektriskt fält. $[V/m]$

Kraften $q\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow$ $\boxed{\text{inget arbete}}$ $\quad W = -\int_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$.

Generering av magnetisk flödestäthet

Fältet $\vec{B}$ genereras i sin tur av laddningar i rörelse. Experimentellt faktum



Fältet $\vec{B}$ i punkten $\vec{r}$ från en laddning q' med hastigheten $\vec{v}'$ i punkten $\vec{r}'$ är

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} q' \frac{\vec{v}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}}$$

jmf. Coulombs lag:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q'(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

μ_0 = vakuums permeabilitet: $4\pi \cdot 10^{-7}\ Vs/Am$.