

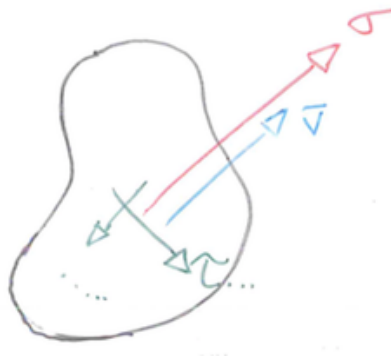
1 Repetition

1.1 Spänningar

Spänningar kan vi inte se, det är **kraft per ytenhet**.

$$\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xz}$$

En riktning av x,y,z väljs i normalens riktning.

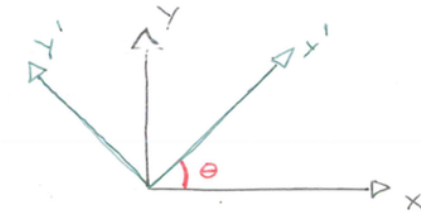


1.2 Töjningar

Töjningar är det man ser, som skapar deformationer.

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \dots, \gamma_{xz}$$

Där ε beskriver deformationer och γ beskriver vinkelminskningar mellan koordinataxlar. Töjningar och spänningar är **ekvivalenta matematiska objekt**, men inte fysiskt.



2 Transformation

Vi har ett koordinatsystem x, y och vrider det till ett ekvationssystem x', y' .

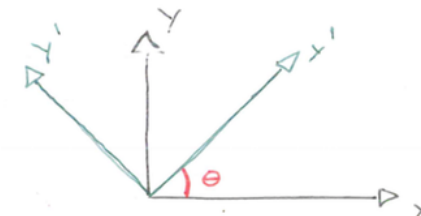
Det ger:

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_{y'} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

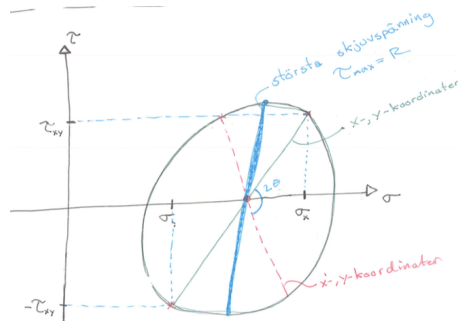
$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

3 Mohrs cirkel



För att rita upp **Mohrs cirkel** börjar man sätta ut σ_x längs σ -axeln och τ_{xy} placeras ovanför, om den är positiv. σ_y placeras ut relativt σ_x och $-\tau_{xy}$ placeras i linje med σ_y . Sedan ritas en radie med centrum mitt i mellan punkterna.

Om man vrider med vinkeln θ så att vi får **maxspänning**, så uppträder **minspänning**



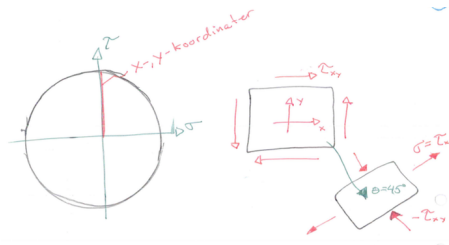
samtidigt men åt andra riktningen.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm R \quad \tau_{max} = R$$

Där $\sigma_{1,2}$ kallas för **huvudspänningar**.

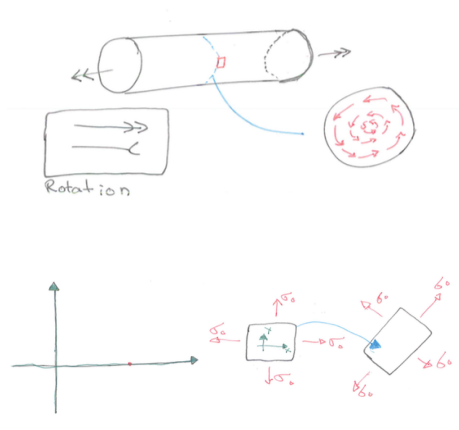
När vi har **maximal skjuvning** så är spänningen lika i x- och y-led i det nya koordinatsystemet.

3.1 Mohrs cirkel - ren skjuvning



$$\sigma_x = \sigma_y = 0$$

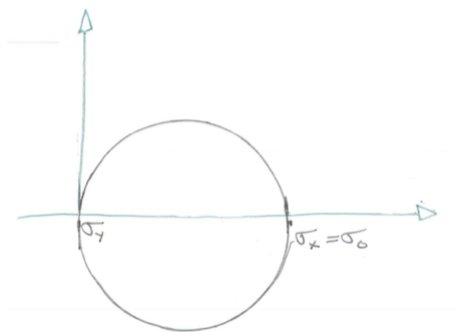
När vi vrid en **krita** så fick vi ett brott vid $45^\circ C$. Vrider vi 90° i Mohrs cirkel placerad i origo får vi att $\sigma = \tau_{xy}$



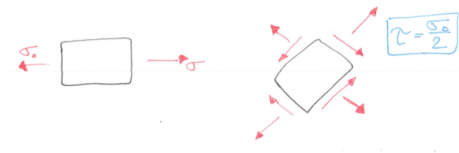
3.2 Mohrs cirkel - hydrostatisk spänningstillstånd

Vi har inga skjuvningar och spänningar är konstant för alla vridningar.

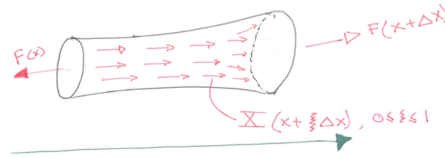
3.3 Mohrs cirkel - enaxlig dragning



Nu är minimipunkten i Mohrs cirkel placerad i origo.



4 Enaxlig dragning



Vår stång är belastad med kraften $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ på vänster sida och $F(x + \Delta x)$

$$X(x + \xi\Delta x), \quad 0 \leq \xi \leq 1$$

\mathbf{A} - tvärsnittsytta, \mathbf{F} - kraft, \mathbf{X} - kropps koordinater eller längdenheter.

Jämvikt ger:

$$F(x + \Delta X) - F(x) + X(x + \xi\Delta x)\Delta x = 0$$

$$X = -\frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \rightarrow_{\Delta x \rightarrow 0} -\frac{dF}{dX}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad X = -\frac{d}{dx}(\sigma A)$$

Där X definieras som ett gränsvärde. **Kroppskrafter** kan vara:

gravitation

magnetiska krafter

d'Alamberts princip

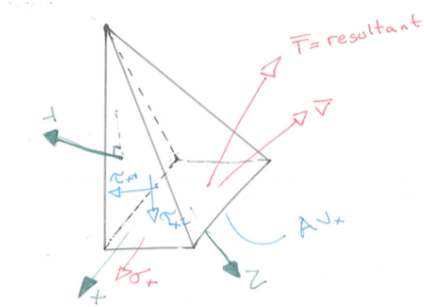
5 Tetraeder

$\bar{\mathbf{T}}$ är den resulterande kraften per ytenhet.

$$\sigma_x \nu_x + \tau_{xy} \nu_y + \tau_{xz} \nu_z - T_x = 0$$

$$\tau_{xy} \nu_x + \sigma_y \nu_y + \tau_{yz} \nu_z - T_y = 0$$

$$\tau_{xz} \nu_x + \tau_{xy} \nu_y + \sigma_z \nu_z - T_z = 0$$



ν är normalvektorns komponenter.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} - \sigma \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \\ \nu_z \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0$$

Vi har tre rötter till ovanstående matris, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ som är **huvudspänningar**.

Om man t.ex. har att $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ får vi att $\sigma_3 = \sigma_z$.

6 Hållfasthetslära

Stora dragspänningar leder till **brott**.

Stora skjuvspänningar leder till **plasticering**.

Om man böjer en gaffel i matbespisningen och man aktivt böja tillbaka den innan man går ut - då hade den plasticerat.

Stora tryckspänning leder till **buckling**.

Stora hydrostatiska spänningar leder till **tillväxt av hål, kavitering**.