1 Komma ihåg

1.1 Om töjningar

Om man har en distans man kan mäta i kroppen:

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \qquad l = l_0(1 + \varepsilon)$$

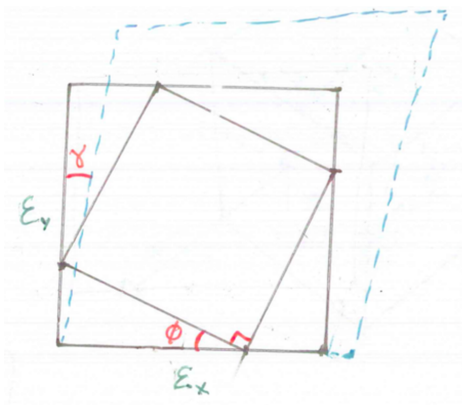
I en punkt:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x}, \qquad \varepsilon_y = \frac{\delta v}{\delta Y}, \qquad \varepsilon_z = \frac{\delta W}{\delta Z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x}, \qquad \gamma_{xz} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z}, \qquad \gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta u}{\delta y}$$

Där u, v, w är förskjutning i x-,y-,z-led.

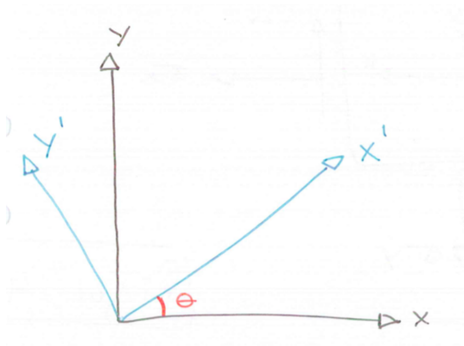
1.2 Transformation



$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta 0 + \gamma_{xy} \sin\theta\cos\theta$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \sin^2\theta 0 + \gamma_{xy} \sin\theta\cos\theta$$

$$\gamma_{x'y'} = (\varepsilon_y - \varepsilon_x)\sin 2\theta + \ldots$$



2 Föreläsning

2.1 Exempel

Vi har följande förskjutning:

$$u = 2x + e^x + y^2, \qquad v = xy$$

Töjningarna blir:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} = 2 + e^x, \qquad \varepsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} = x, \qquad \gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} = 2y + y = 3y$$

Vilka förskjutningsfält kan uppfylla töjningarna $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$?

$$\varepsilon_x = \frac{\delta u^{'}}{\delta x} = 2 + e^x, \qquad u^{'} = 2x + e^x + f(y)$$
$$\varepsilon_y = \frac{\delta v^{'}}{\delta y} = x, \qquad v^{'} = xy + g(x)$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u^{'}}{\delta y} + \frac{\delta v^{'}}{\delta x} = f^{'}(y) + y + g^{'}(x) = 3y$$

Där **f** är en deriverbar funktion av **y** och **g** en deriverbar funktion av **x**.

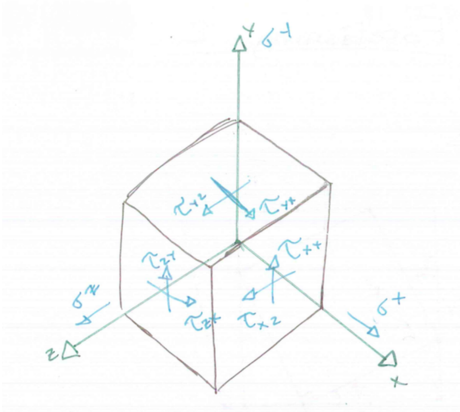
$$f'(y) - 2y = -g'(x) \rightarrow$$

$$\begin{cases} f'(y) - 2y = C \\ g'(x) = -C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(y) = y^2 + Cy + \alpha \\ g(x) = -Cx + \beta \end{cases}$$

Konstanterna α, β beskriver **stelkroppsförskjutning**.

Termerna $Cy, -Cx$ beskriver **stelkroppsrotation**.

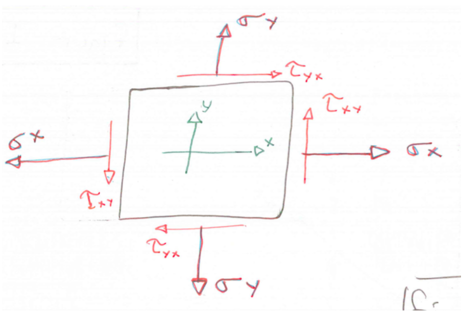
3 Spänningar



σ beskriver **normalspänning**. τ beskriver **skjuvspänning**.

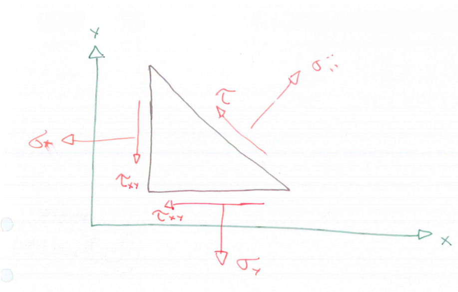
$$\Sigma\sigma\tau\beta$$

Enligt figurerna så uppkommer alla krafter i par och tar ut varandra. För att



man ska få **momentjämvikt** är $\tau_{xy} = \tau_{yx}$.

Det innebär att **spänningstensorn** är **symmetrisk**.



4 Transformation för spänningar

Sambandet ger:

$$\sigma_n = \sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta$$

$$\sigma_{y'} = \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_y \cos^2\theta - 2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\sin^2\theta ...$$

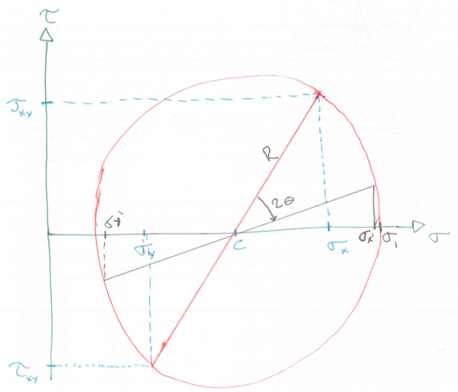
Den sista kan vara fel, vi ska härleda/läsa i formelsamlingen själv.

4.1 Mohrs cirkel

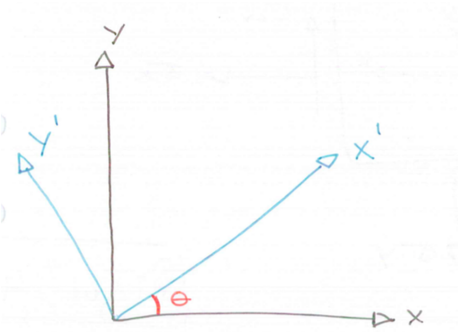
Skriv:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) + \tau_{xy}^2}, \qquad C = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

Där $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$.

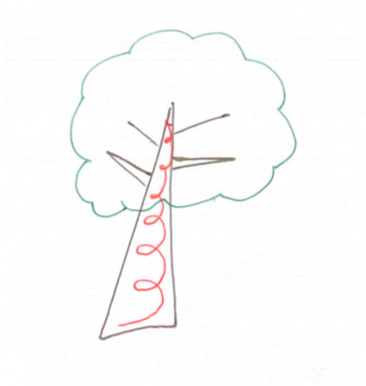


Enligt definition så blir en vridning θ i elementets ekvationssystem en vridning 2θ i **Mohrs cirkel**.



4.2 Töjningar

När träd växer så vrider sig fibrerna på ett särskilt håll, det gör att man konstruerar vindmöllor på samma håll för att de ska hålla för vridningarna från vinden.



4.3 Exempel

Skalärer $T' = T$ temp, hydrostatiska spänningar

Vektorer $u' = u\cos\theta + v\sin\theta, \qquad v' = ...$

Tensorer $\sigma_{x'} = \sigma_x\cos^2\theta + \sigma_y\sin^2\theta, \qquad \sigma_{y'}, \tau_{xy}$

T.ex. tensor 2:rd $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}), (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \frac{1}{2}\gamma_{xy})$