Föreläsning 13 16/02-15

Rätlinjig rörelse

Hastighet och lägesbestämning för given acceleration

- Acceleration konstant, $a = k$

$$a = \frac{dv}{dt} = k \implies \int_{v_0}^{v_1} 1 \cdot dv = \int_{t_0}^{t_1} k\,dt \implies [v]_{v_0}^{v_1} = [kt]_{t_0}^{t_1}.$$

$\implies v_1 = v_0 + k(t_1 - t_0)$ där t_0 kan väljas till $0 \implies v(t) = v_0 + kt$

$$v = \frac{dx}{dt} \implies \int_{t_0}^{t_1} (v_0 + kt)\,dt = \int_{x_0}^{x_1} 1 \cdot dx$$

$$\implies \left[v_0 t + \frac{kt^2}{2}\right]_{t_0}^{t_1} = [x]_{x_0}^{x_1}$$

Välj $t_0 = 0$, $t_1 = t$

$$\implies x(t) = \frac{1}{2}kt^2 + v_0 t + x_0$$

Alternativ:

$\ddot{x} = k$

$\dot{x} = kt + x_0$

$x = \frac{kt^2}{2} + x_0 t + x_0$

- Acceleration är en känd funktion av tiden, $a = f(t)$

$$a = \frac{dv}{dt} = f(t) \implies \int_{v_0}^{v_1} 1 \cdot dv = \int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt$$

Låt $t_0 = 0$, $t_1 = t \implies v(t) = v_0 + [F(t)]_0^t$

$$v = \frac{dx}{dt} \implies \int_{t_0}^{t_1} v(t)\,dt = \int_{x_0}^{x_1} 1 \cdot dx$$

Låt $t_0 = 0$, $t_1 = t \implies x(t) = x_0 + [V(t)]_0^t$

- Accelerationen är en känd funktion av hastigheten, $a=f(v)$

$$a=\frac{dv}{dt}=f(v) \Rightarrow \int_{v_0}^{v_1}\frac{1}{f(v)}\,dv=\int_{t_0}^{t_1}1\cdot dt$$ eller utnyttja:

$$a=\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dx}{dx}=v\cdot\frac{dv}{dx}=f(v) \Rightarrow \int_{v_0}^{v_1}\frac{v}{f(v)}\,dv=\int_{x_0}^{x_1}1\cdot dx$$

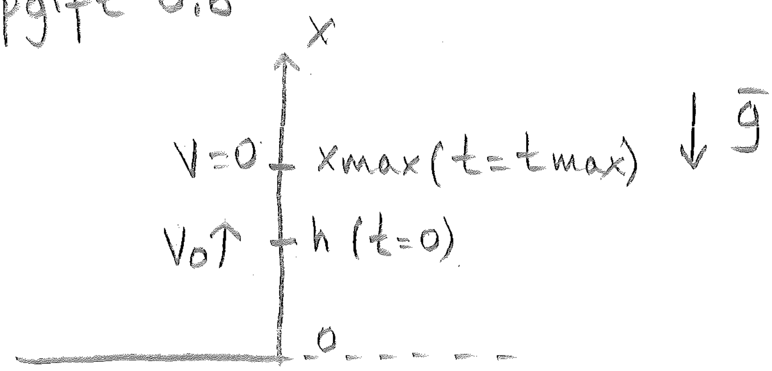
- Accelerationen är en känd funktion av läget, $a=f(x)$

$$a=\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dx}{dx}=v\cdot\frac{dv}{dx}=f(x) \Rightarrow \int_{v_0}^{v_1}v\,dv=\int_{x_0}^{x_1}f(x)\,dx$$

Kartesiskt koordinatsystem:

$$\left.\begin{aligned}\bar{r}&=r_x\bar{e}_x+r_y\bar{e}_y+r_z\bar{e}_z\\ \bar{v}&=\dot{r}_x\bar{e}_x+\dot{r}_y\bar{e}_y+\dot{r}_z\bar{e}_z\\ \bar{a}&=\ddot{r}_x\bar{e}_x+\ddot{r}_y\bar{e}_y+\ddot{r}_z\bar{e}_z\end{aligned}\right\}$$ Om basvektorerna är konstanta. (fixt)

Uppgift 6.8



(1) $\ddot{x}=-g$

(2) $\dot{x}=-g\cdot t+\dot{x}_0 \qquad (\dot{x}_0=V_0)$

(3) $x=-\frac{gt^2}{2}+\dot{x}_0\cdot t+x_0 \qquad (x_0=h)$

Vid vändläget: (2): $0=-gt_{max}+V_0 \Rightarrow t_{max}=\frac{V_0}{g}$

(3): $x_{max}=\frac{-g\left(\frac{V_0}{g}\right)^2}{2}+V_0\left(\frac{V_0}{g}\right)+h=\frac{V_0^2}{2g}+h$

Vid bottenläget: (3): $0=\frac{-g t_{min}^2}{2}+V_0 t_{min}+h$

$$\Rightarrow t_{min}^2-\frac{2v_0}{g}t_{min}-\frac{2h}{g}=0 \Rightarrow t_{min}=\frac{V_0}{g}\pm\sqrt{\frac{V_0^2}{g^2}+\frac{2h}{g}}$$

In i (2) $\Rightarrow x_{max} = -g\left(\frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}\right) + v_0$

Uppgift 6.15

$a = a_0 - kv^2$, $k > 0$ är en konstant , a_0 konstant

$$a = \frac{dv}{dt}\cdot\frac{ds}{ds} = v\frac{dv}{ds} \Rightarrow \int \frac{a}{a}\,ds = \int \frac{v}{a}\,dv$$

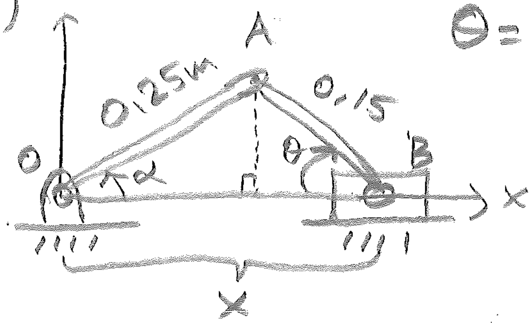
v

$$\Rightarrow \int_{s_0}^{s_1} 1\cdot ds = \int_{v_0=0}^{v_1} \frac{v}{a_0-kv^2}\cdot dv$$

(Forts. finns på hemsidan)

Extenta 26/04-03

3.)



$\theta = 0{,}3\,\text{rad/s}$

· Geometriskt samband

$$\frac{y}{0{,}25} = \sin\alpha\ ,\ \frac{y}{0{,}15} = \sin\theta \Rightarrow 0{,}25\sin\alpha = 0{,}15\sin\theta$$

Tidsderivera båda sidor:

$$0{,}25\cos\alpha\cdot\dot{\alpha} = 0{,}15\cos\theta\cdot\dot{\theta} \Rightarrow \dot{\alpha} = \frac{0{,}15\cos\theta\,\dot{\theta}}{0{,}25\cos\alpha}$$

$$\arcsin\left[\frac{0{,}15\sin\theta}{0{,}25}\right]$$