Föreläsning 5

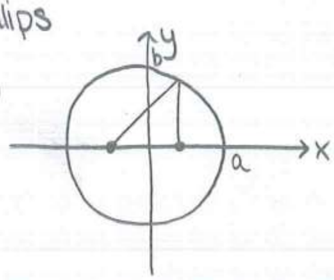
Ex. Bestäm skärningspunkt mellan cirkeln $(x+1)^2+(y-2)^2=6$ och linjen $y=x+1$

Lösning: skärningspunkt (x,y) uppfyller

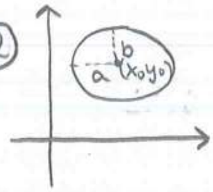
$$\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2=6\\ y=x+1\end{cases}$$

ger:
$$(x+1)^2+(x+1-2)^2=6$$
$$=x^2+\cancel{2x}+1+x^2-\cancel{2x}+1=6$$
$$=2x^2=4$$
$$x^2=2$$
$$\begin{cases}x=\pm\sqrt{2}\\ y=\pm\sqrt{2}+1\end{cases}$$

Ellips

① 

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

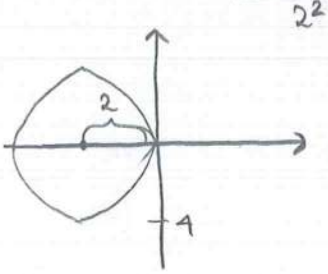
② 

$$\frac{x-x_0}{a^2}+\frac{y-y_0}{b^2}=1$$

Ex. Rita kurvan $4x^2+16x+y^2=0$

Lösning: $4(x^2+4x)+y^2=0$ Kvadratkomplettera x parantesen

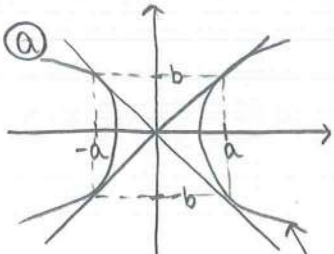
$$\Rightarrow \frac{(x+2)^2}{2^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$$ som är en ellips.



$(x_0 y_0)=(-2,0)$

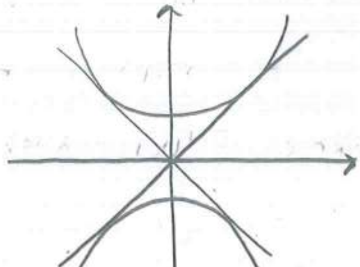
$a=2 \quad b=4$

③ Hyperbel

ⓐ 

assymptoter

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$
$$\frac{x}{a}\pm\frac{y}{b}=0$$

ⓑ 

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$$
$$\frac{x}{a}\pm\frac{y}{a}=0$$

Föreläsning 2015-09-16 Kapitel 7 Funktioner

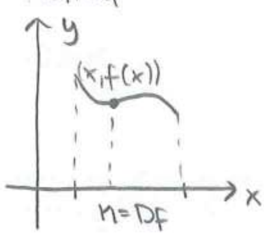
Definition av en funktion Ex. $f(x)=x+3$ $0\le x\le 1$ är en funktion som avbildar varje $x\in[0,1]$ på $f(x)=x+3$

Def 7.1 En funktion f definierad i en mängd M är en avbildning som avbildar varje $x\in M$ på ett tal $f(x)$.

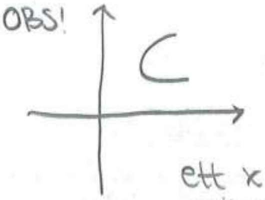
Anm. ① Mängden M kallas definitionsmängden av funktionen f, och betecknas $D_f=M$

② Alla bilder $f(x)$ bildar värdemängden $V_f=\{f(x);\ x\in D_f\}$

Graf



OBS!



detta är ej en graf.

ett x-värde kan svara mot två olika f(x) värden.

Sammansatta funktioner

$g \circ f$ - sammansatt funktion

ex $f(x) = 3\sin(x+1)$ $\quad g \circ f(x) = \sqrt{3\sin(x+1) \cdot \ln(3\sin(x+1))}$

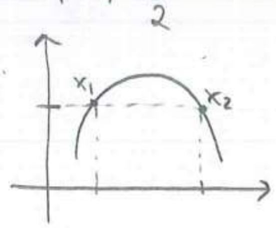
$g(x) = \sqrt{x \cdot \ln x}$ $\quad f \circ g(x) = 3\sin(x\sqrt{x \cdot \ln x} + 1)$

Invers

Def. Funktionen $f(x)$ sägs vara injektiv om $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

Ex. $f(x) = \frac{1}{2}$ $\quad 1 < x < 3$ är ickeinjektiv funktion

Ex.



ickeinjektiv funktion $x_1 \neq x_2$ men $f(x_1) = f(x_2)$

Injektiv funktion: Ger olika $f(x)$-värden för olika x.

f^{-1} är inversfunktionen till f. $\quad x = f^{-1}(y)$ i D_f

f^{-1} är en avbildning som avbildar varje $y \in V_f$ på x i D_f.

① $D_{f^{-1}} = V_f$ Definitionsmängden för f^{-1} är värdemängden för f.

② Man brukar skriva $f^{-1}(x)$ istället för $f^{-1}(y)$

Def 7,4 - 7,6

① f kallas växande om $x_1 \leq x_2$ då $f(x_1) \leq f(x_2)$

② f kallas strängt växande om $x_1 < x_2$ då $f(x_1) < f(x_2)$

③ f kallas jämn funktion om $f(-x) = f(x)$ $\quad$ ex. $f(x) = x^2$ jämn funktion

④ f kallas udda funktion om $f(-x) = -f(x)$ $\quad$ ex. $f(x) = x^{2n-1}$ potensen är ett udda tal.