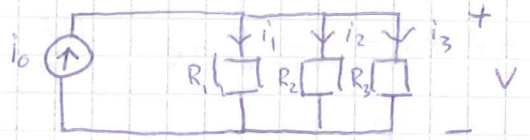
Sammanfattning Ellära

Ohms lag $U = R \cdot I$

KVL: "summan av alla spänningar i en sluten krets är noll."

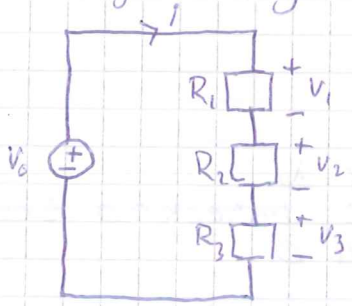
KCL: "summan av alla strömmar ut från en nod är noll."

Strömgrening:



$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_0$$ (för två resistanser)

Spänningsdelning:

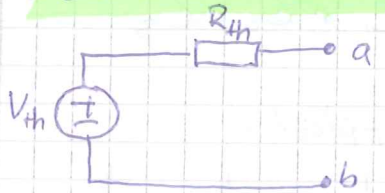


$$i = \frac{V_0}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} V_0$$

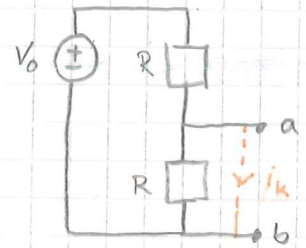
$P = U \cdot I$, P = effekt

Théveninekvivalent



- Nollställ spänningskälla (ström → avbrott) → bestäm R_{th}
- ~~Nodanalys~~ Sluten krets + spänningsdelning → bestäm V_{th}

$\boxed{\text{Ex}}$



$$V_{th} = [I = 0] = [\text{spänningsdelning}] = \frac{R}{2R} V_0 = \frac{V_0}{2}$$

Kortslutning:

$$i_k = \frac{V_0}{R}$$

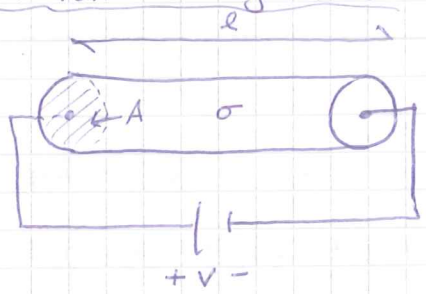
och $i_k = \frac{V_0}{2R_{th}} \Rightarrow \frac{V_0}{R} = \frac{V_0}{2R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{R}{2}$

Den uppgiften är förhelvig! /K

super-smälle CP-sara

"jag behöver lissa med nigot inett" /K

Resistans för en cylinder:



$R = \rho \frac{\ell}{A}$ ρ = restivitet

Härledning:

$\bar{J} = \frac{i}{A}\bar{e}_x = \sigma \bar{E}$ $\quad E = \frac{1}{\sigma}\bar{J} = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{i}{A}\bar{e}_x$

$U = \int_{P_1}^{P_2} \bar{E}\cdot d\bar{r} = \int_0^{\ell} \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{i}{A}\bar{e}_x\, dx\, \bar{e}_x = \frac{1}{\sigma A}\int_0^{\ell} dx = \frac{i\cdot\ell}{\sigma\cdot A}$

$\Rightarrow R = \frac{U}{i} = \frac{\ell}{\sigma A} = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{\ell}{A} = \rho\frac{\ell}{A}$

Nodanalys

1. Identifiera väsentliga noder
2. Numrera noderna, från 0 till N
3. Utse en referensnod, pot. = 0, beteckna (ex U_1
4. Summan av strömmar till 0.

Kapacitans

$C = \frac{Q}{U} = \frac{q}{V_a - V_b}$

$i = C\frac{dV}{dt}$

Energi som tillförs kondensatorn:

$W = \frac{1}{2}C\,v(t)^2$

Parallellkopplat:

$C_{ekv} = C_1 + C_2 + C_3$

Seriekopplat:

$\frac{1}{C_{ekv}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

Gauss lag:

$\oint \bar{D}\cdot\bar{e}_n\, ds = Q_{innanför}$ $\quad (\bar{e}_n = "\bar{e}_r/\bar{n}"$

Ex

$\bar{D} = D(r)\,\bar{e}_r$

$\oint_S \bar{D}\cdot\bar{e}_n\, ds = Q$

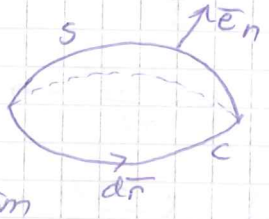
$\oint_S D(r)\, ds = q \Leftrightarrow D(r)\oint ds = D(r) = 4\pi r^2 = q$

$D(r) = \frac{q}{4\pi r^2} \Rightarrow \bar{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\bar{e}_r$

$\bar{E} = \frac{\bar{D}}{\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\bar{e}_r$

Induktans (spolar)

$$L = \frac{\Phi}{i}, \quad \Phi = \int_S \bar{B} \cdot \bar{e}_n \, dS$$



Ampères lag: $\oint_C \bar{H} \cdot d\bar{r} = i_s$

"cirkulationsintegralen av magn. fältstyrkan $\bar{H}$ alltid = den ström som flödar genom den yta som innesluts av C."

$$V = L \frac{di(t)}{dt} \qquad W = \frac{1}{2} L i(t)^2$$

Seriekopplat:

$$L_{ekv} = L_1 + L_2 + L_3$$

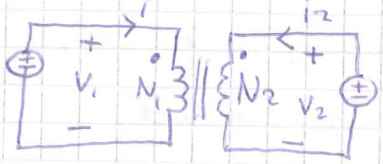
Parallellkopplat då:

$$\frac{1}{L_{ekv}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

Ömsesidig induktans M:

En spole som har en varierande ström genererar en varierande ström genom den andra spolen.

Ideal: (magn. flödet detsamma i spolarna)



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$ N - antal varv

$$i_1 N_1 + i_2 N_2 = 0$$

strömma definieras som positiva då de går in vid prickarna.

$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_2 \end{cases} \qquad M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

Komplexa metoden

$A \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow$ riktfas: $\sin(\omega t) \Rightarrow A e^{j\varphi}$

Ex

$$V_1(t) = V_0 \sin(\omega t + \pi/4) \qquad \text{riktfas: } \sin(\omega t)$$

$$V_1 = V_0 e^{j\pi/4}$$

Vid transformation så skriv först vid behov om värdet polärt (komplext till ögonblicksvärde).

Växelström

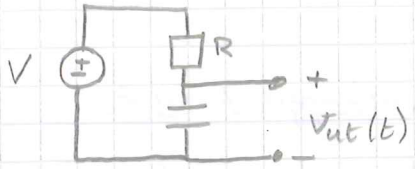
ger ~~ingen~~ komplex resistans, impedans Z

$$V = Z \cdot I$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \rightarrow I = Cj\omega V \Rightarrow Z = \frac{V}{I} = \frac{1}{j\omega C}$$

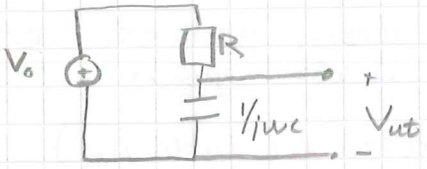
$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow V = Lj\omega I \Rightarrow Z = j\omega L$$

Ex



$V = V_0 \sin(\omega t)$
Bestäm $v_{ut}(t)$!

Lösn.: Välj riktfas: $\sin(\omega t)$



$$V_{ut} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} V_0 = [\text{spänningsfördelning}] = \frac{1}{j\omega CR + 1} V_0 =$$

$$= [\text{polärt}] = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} e^{-j \arctan(\omega CR)}$$

Översätt tillbaka:

$$v_{ut}(t) = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \sin(\omega t - \arctan(\omega CR))$$

Strömmens toppvärde är $|I|$, fasläget $\arg(I)$

Ex

$\begin{cases} I = (1 + 2j) \\ \text{riktfas: } \cos(\omega t) \end{cases}$ Bestäm toppvärde, fasläge, ögonblicksvärde

Lösn:
Toppvärde $= \sqrt{1 + 2^2} = \sqrt{5}$
Fasläge $= \arg(I) = \arctan\left(\frac{2}{1}\right) = \arctan(2)$

$$i(t) = \sqrt{5} \cos(\omega t + \arctan 2)$$

Effekt

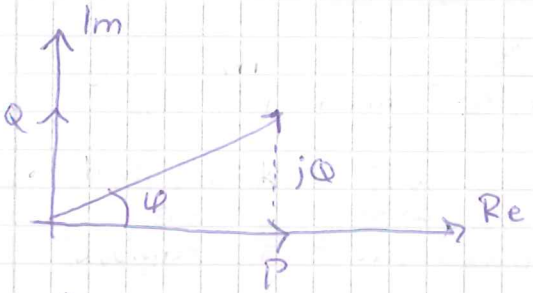
$|S| =$ = skenbar effekt $[|S|] = VA$

$S = P + jQ$ = komplex effekt $[S] = VA$

$P = \mathrm{Re}\{S\}$ = aktiv effekt $[P] = W$

$Q = \mathrm{Im}\{S\}$ = reaktiv effekt $[Q] = VA_r$

$$S = \frac{1}{2} V I^* = \frac{1}{2} Z |I|^2$$



$P = |S| \cos\varphi$, $\cos\varphi$ = effektfaktorn
"hur stor del av $|S|$ som blir andra E-former"

"Den totala komplexa effekt som utvecklas i en krets är summan av de komplexa effekten som utvecklas i de olika komponenterna, oavsett koppling."

Man kan bestämma C så att $|I|$ minimeras – detta kallas att faskompensera (minimera förluster).

Effektanpassning avgör vilken belastning Z_L i kretsen nedan som ger maximal (aktiv) effektutveckling.

Transienta förlopp

Efter "lång tid" är alla strömmar och spänningar konstanta.

Efter lång tid fung. en kondensator som ett avbrott
spole som en kortslutning.
Direkt efter påslagning —"— kondensator som en kortslutning
spole som ett avbrott.

Laplace

$$f(t) \xrightarrow{L} F(s) \qquad F(s) = \int_{-0^-}^{+\infty} f(t) e^{-st} ds$$

$u(t)$ – "enhetssteget" $u(t) \xrightarrow{L} 1/s$ (Gör ngt tidsberoende)

Överföringsfunktion

$$V_{ut}(s) = H(s) V_{in}(s) \Rightarrow H(s) = \frac{V_{ut}(s)}{V_{in}(s)}$$

Amplituden av $H(s)$ är förstärkningen av insignalens amplituder.

Bodediagram

Åskådliggör överföringsfunktioner, amplitud ritas i dB-skala

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log(|H(j\omega)|)$$

Se formelsamling, välj brytfrekvens ω_b efter dessa.

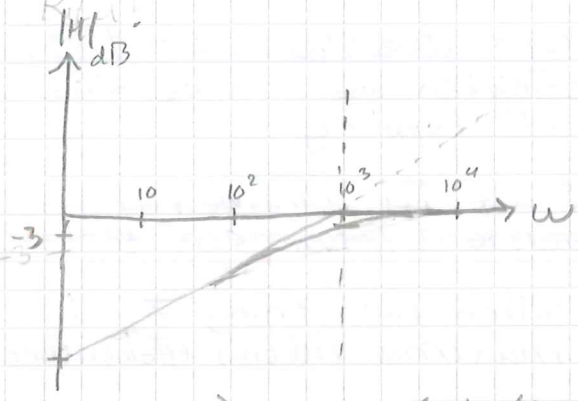
Ex

Beräknat $H(s) = \frac{sRC}{1+sRC}$ och $\omega_b = \frac{1}{RC} = 10^4$

$H(s) = \frac{j\omega/\omega_b}{1+j\omega/\omega_b}$ $\quad |H| = \frac{\omega/\omega_b}{\sqrt{1+(\omega/\omega_b)^2}}$

$|H|_{dB} = 20 \log\left(\frac{\omega/\omega_b}{\sqrt{1+(\omega/\omega_b)^2}}\right) = \begin{cases} \omega/\omega_b \to 0 & = 20 \log(\omega/\omega_b)\ dB \\ \omega/\omega_b \to \infty & = 0\ dB \\ \omega/\omega_b = 1 & = 20 \log(1/\sqrt{2}) = -3\ dB \end{cases}$

Rita!



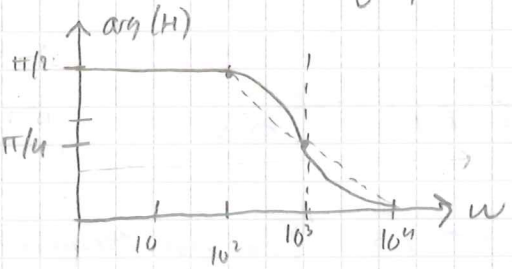
$\arg(H) = \arg\left(\frac{j\omega/\omega_b}{1+j\omega/\omega_b}\right) = \arg(j\omega/\omega_b) - \arg(1+j\omega/\omega_b)$

$\arg(j\omega/\omega_b) = \pi/2$ (imaginär)

$\arg(1+j\omega/\omega_b) = \arctan(\omega/\omega_b)$

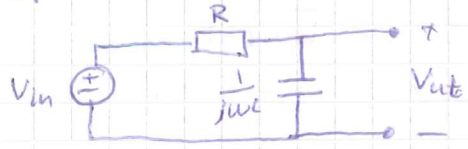
$\Rightarrow \arg(H) = \pi/2 - \arctan(\omega/\omega_b) = \begin{cases} \omega/\omega_b \to 0 & = \pi/2 \\ \omega/\omega_b \to \infty & = 0 \\ \omega/\omega_b = 1 & = \pi/2 \end{cases}$

Se som asymptoter.



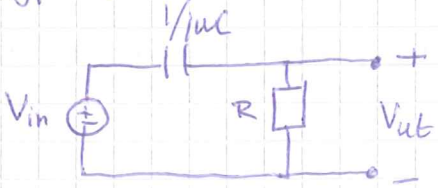
Filter

Lågpassfilter



$V_{ut} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} V_{in} = \frac{1}{1+j\omega RC} V_{in}$

Högpassfilter



$V_{ut} = \frac{R}{1/j\omega C + R} V_{in} = \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}} V_{in}$

Operationsförstärkare

Implementerar olika matematiska operationer ursprungligen.

A = råförstärkning $\approx 50\,000$

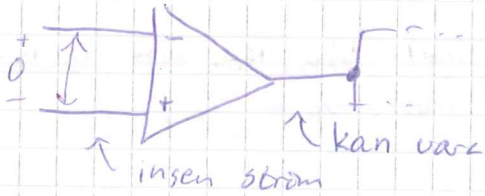
R_{in} = ingångsresistans $\approx 1\ M\Omega$

R_{ut} = utgångsresistans $\approx 100\ M\Omega$

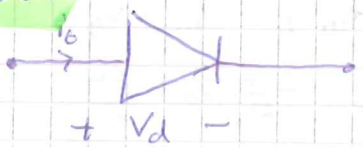
Stor A $\Rightarrow$ känslig utsignal för insignals ändringar
$\Rightarrow$ ofta används krets med neg. återkoppling för att stabilisera utsignalen.

Ideal op-amp:

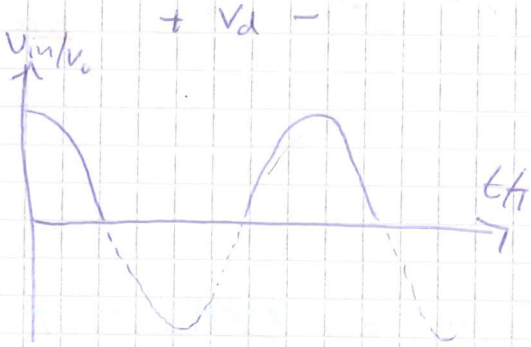
$\begin{cases} A = +\infty \\ R_{in} = +\infty \\ R_{ut} = 0 \end{cases}$ spänningsfallet över op-ampens ingångar är noll!



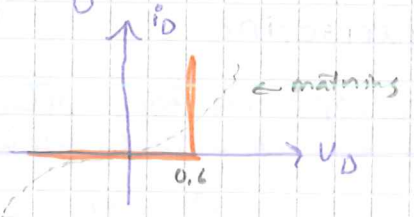
Dioder



Ideal idiod:



Verklig:



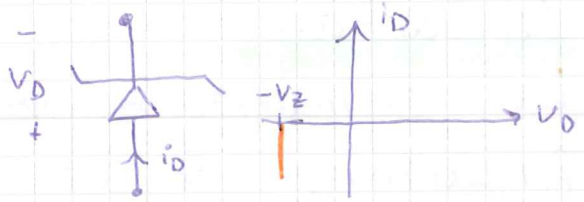
Dioder leder i en riktning, alltså inte för neg. spänning

Halvvågslik riktning:

Helvågslik riktning:

(Kryss om $V_{in} < 0$)
• pos. V_{in}

Zenerdiod



Det finns metoder för att hantera analys av dioder

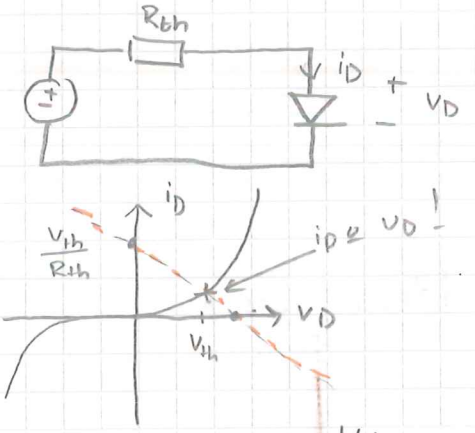
- Dioden som ej linjär komponent

  Gissa strömmarna, ideala dioder
  Gissa vilka som leder/spärrar
  Kontrollera om Kirchoffs lagar uppfyllda

- Grafisk lösning

  Studerar ej tidsharmoniska signaler
  Se belastningslinje

Ex



Givet: V_{th}, R_{th} och i_D-v_D-kurva
Bestäm: v_D & i_D!

KVL: $V_{th} - R_{th} i_D - v_D = 0$

$R_{th} i_D = V_{th} - v_D$

$i_D = -\frac{1}{R_{th}} v_D + \frac{V_{th}}{R_{th}}$ Rät linje, rita!

$v_D = 0 \Rightarrow i_D = \frac{V_{th}}{R_{th}}$

$i_D = 0 \Rightarrow v_D = V_{th}$

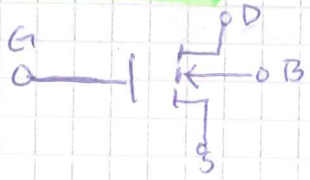
- linjärisering

  Diods spänning kan ofta delas in i en tidskonstant och en tidsvarierande del:

  $$v_D(t) = V_{DQ} + v_d(t)$$ (man kan utv. till Taylorserie av $i_D(t)$)

  - icke linjär del med konstanta spänningar (mot V_{DQ}) vilket bestämmer arb. punkten (V_{DQ}, I_{DQ})
  - linjär del där dioden ersätts av linjäriserad modell kring arb. punkten som svarar mot lutningen vilket bestämmer småsignalen $v_d(t)$.

Transistorer



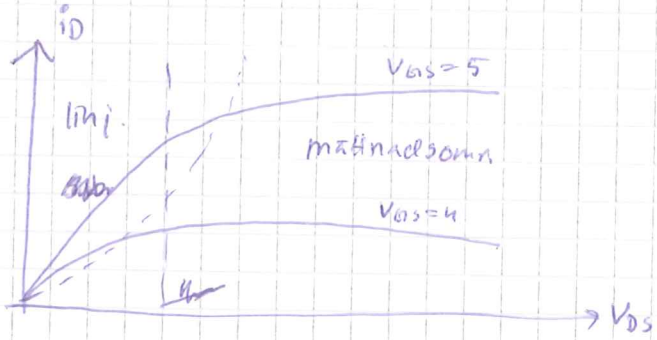
Strömmen genom G ≈ 0

3 arbetsområden:

- Subtröskelomr.
  $V_{GS} < V_t$
  $V_{GD} < V_t$
  $i_D = 0$

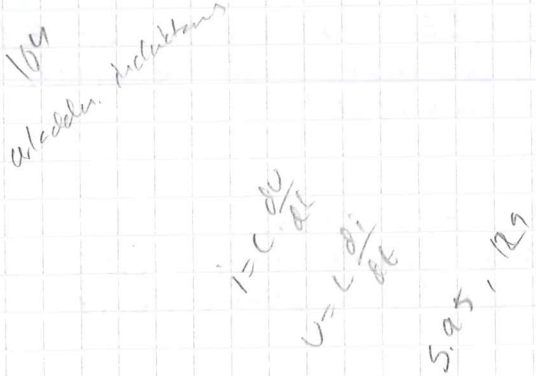
- linjära omr
  $V_{DS} < V_{GS} - V_t$
  $(V_{GD} > V_t)$
  $V_{GS} > V_t$
  $i_D = \frac{W}{L} \frac{k}{2} \left(2(V_{GS} - V_t) V_{DS} - V_{DS}^2 \right)$
  $k = \mu \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{t_{ox}}$ t_{ox} - oxidens tjocklek
  W, L - fysiska dim.

- Mättnadsomr.
  $V_{DS} > V_{GS} - V_t$
  $(V_{GD} < V_t)$
  $V_{GS} > V_t$
  $i_D = \frac{W}{L} \frac{k}{2} (V_{GS} - V_t)^2$



För att bestämma arb. punkten studerar vi ett kretsschema för storsignalera, genom att ersätta kopplingskapacitanserna med avbrott!

Småsignalschema:
1. Ersätt kondensatorer med kortslutningar
2. Ersätt likspänningskällor med kortslutningar (jorda V_{DD})
3. Ersätt transistorn med småsignalsekvivalent
   → (V) om V_{GS}

Transmissionsledningar

Utan el. med förluster spelar roll ⇒ se formelsamling s. 160... och anteck 10/5