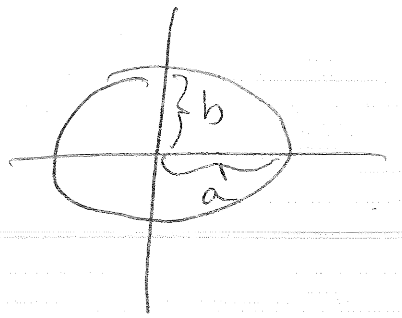
Ellipsen

En ellips ges av en ekvation av formen

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

$a, b > 0$ kallas ellipsens halvaxlar.

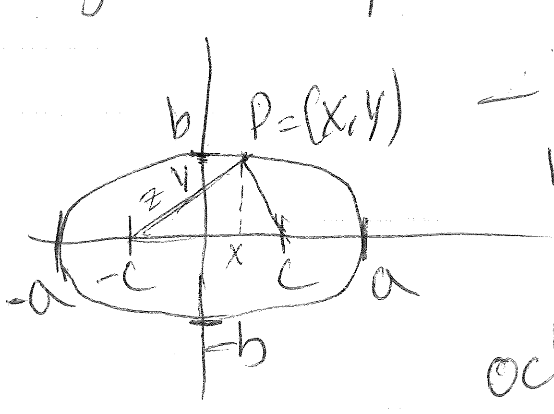


Fix två punkter B_1 och B_2 – brännpunkter

Välj en avstånd $2a$ så att $2a > B_1B_2$

Då är $\{P \in \mathbb{R}^2 ; PB_1 + PB_2 = 2a\}$ en ellips!

Vi ger brännpunkterna koord $(\pm c, 0)$



– längd $2a$

"ellipsen" skär x-axeln i $(\pm a, 0)$

och den skär y-axeln i $(0, \pm b)$

där $b^2 + c^2 = a^2$ $(b = \sqrt{a^2 - c^2})$

Pyth sats ger

1) $(x+c)^2 + y^2 = z^2$

2) $(c-x)^2 + y^2 = (2a-z)^2$

Notera att (1) − (2) är $4xc = -4a^2 + 4az$

dvs. $z = a + \frac{xc}{a}$

Vi stoppar $z = a + \frac{xc}{a}$ in i (1):

$$(x+c)^2 + y^2 = \left(a + \frac{xc}{a}\right)^2 = \cancel{a^2 + 2xc + \frac{x^2c^2}{a^2}}$$

$$x^2 + \cancel{2xc} + c^2 = a^2 + \cancel{2xc} + \frac{x^2c^2}{a^2}$$

Eftersom $c^2 = a^2 - b^2$ följer att

$$x^2 + a^2 - b^2 + y^2 = a^2 + \frac{x^2(a^2-b^2)}{a^2}$$

dvs.

$$y^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2 = b^2 \quad \text{(dela med } b^2\text{)}$$

$$\left(\frac{y^2}{b^2}\right) + \left(\frac{x^2}{a^2}\right) = 1$$