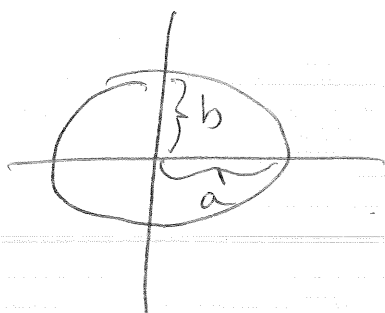


Ellipsen

En ellips ges av en ekvation av formen ~~z~~

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

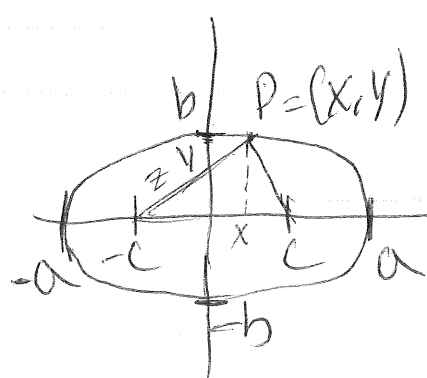
$a, b > 0$ kallas ellipsens halvaxlar.



Fix två punkter B_1 och B_2 - brännpunkter
Välj en avstånd $2a$ så att $2a > B_1, B_2$

Då är $\{P \in \mathbb{R}^2; PB_1 + PB_2 = 2a\}$ en ellips!

Vi ger brännpunkterna koordinat $(\pm c, 0)$



— längd $2a$

"ellipsen" skär x -axeln

i $(\pm a, 0)$

och den skär y -axeln i $(0, \pm b)$

där $b^2 + c^2 = a^2$ ($b = \sqrt{a^2 - c^2}$)

Pyth sats ger

$$1) (x+c)^2 + y^2 = z^2$$

$$2) (c-x)^2 + y^2 = (2a-z)^2$$

Notera att (1) - (2) är $4xc = -4a^2 + 4az$
dvs. $z = a + \frac{xc}{a}$

Vi stoppar $z = a + \frac{xc}{a}$ in i (1):

$$(x+c)^2 + y^2 = \left(a + \frac{xc}{a}\right)^2 = \cancel{a^2 + 2xc} + \frac{x^2c^2}{a^2}$$

$$x^2 + 2xc + c^2 = a^2 + 2xc + \frac{x^2c^2}{a^2}$$

Eftersom $c^2 = a^2 - b^2$ följer att

$$x^2 + a^2 - b^2 + y^2 = a^2 + \frac{x^2(a^2 - b^2)}{a^2}$$

dvs.

$$y^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2 = b^2 \quad (\text{dela med } b^2)$$

$$\left(\frac{y^2}{b^2}\right) + \left(\frac{x^2}{a^2}\right) = 1$$