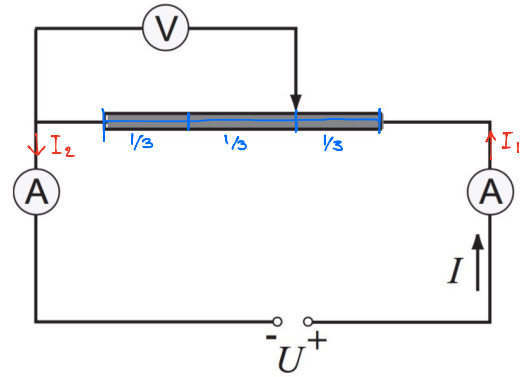
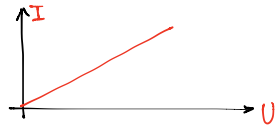


1) Figuren visar en krets med en voltmeter, två amperemetrar och en järnstav som får fungera som en resistor.

a) Skissa strömmen  $I$  som funktion av  $U$ .

$I_1 = I_2 = I(U)$ , Ohms lag:  $U = RI \Leftrightarrow I(U) = \frac{U}{R}$



b) Vad visar amperemetrarna som funktion av  $U$ ?

Båda visar samma ( $I = \frac{U}{R}$ )

c) Vad visar voltmeteren som funktion av  $U$ ?

Voltmeteren mäter spänningen över en bit av staven, eftersom potentialen minskar *linjärt* över staven och vi mäter spänningen över  $\frac{2}{3}$  av staven så kommer voltmeteren att mäta  $\frac{2}{3} U$ .

2) Figuren visar en krets med en halvledarstav och ett batteri (9V)

Staven är 10mm lång, har tvärsnittsarea  $10^{-6} \text{ m}^2$  och materialet har resistiviteten  $0,01 \Omega \text{ m}$ .

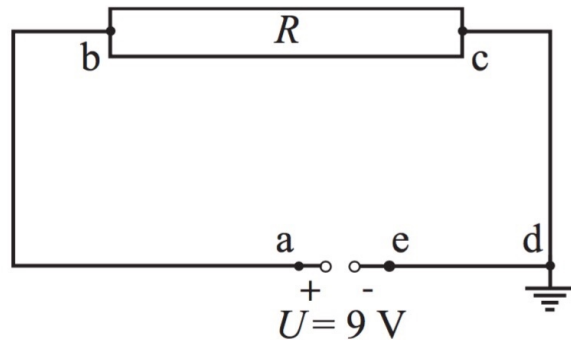
a) Vad är  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$  &  $U_{ae}$ ?

a-b: Inget spänningsfall,  $U_{ab} = 0$ .

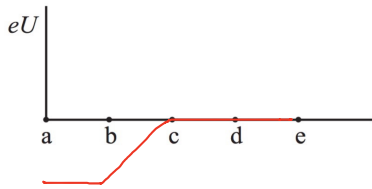
a-c: samma som över batteriet,

alltså är  $U_{bc} = 9 \text{ V}$ .

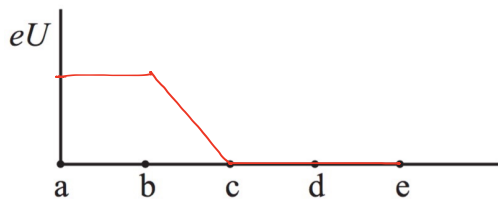
a-e:  $U_{ae} = 9 \text{ V}$ .



b) Hur varierar den potentiella energin  $eU$  för en negativ testladdning om den går medurs i kretsen?



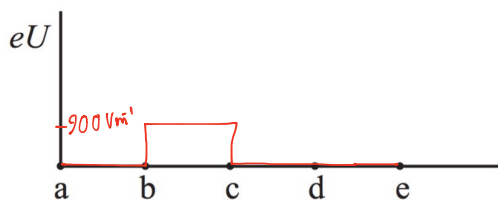
c) Vad händer om vi vänder på batteriet?



d) Hur varierar elektriska fältet under ett varv medurs?

$$\rho = 10^2 \text{ m}, A = 10^6 \text{ m}^2, L = 10^2 \text{ m}$$

$|\mathcal{E}| = \frac{U}{L} = 9 \cdot 10^2 = 900 \text{ V/m}$ ; mellan b och c minskar både  $L$  (doh) och  $U$  linjärt vilket betyder att  $\mathcal{E}$  är konstant i intervallet b-c och noll annars!



3)  $L = 0,20 \text{ m}$ ,  $A = 10^6 \text{ m}^2$ ,  $U = 1,7 \cdot 10^3 \text{ V}$ ,  $I = 0,5 \text{ A}$ , varje kopparatom har en valenselektron.

a) Bestäm  $\mathcal{E}$ .  $\mathcal{E} = \frac{U}{L} = \frac{1,7 \cdot 10^3}{0,20} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

b) Hur stor är elektronkoncentrationen  $n$ ?

$$n = \frac{\text{Antal elektroner}}{\text{Volym}} = \frac{N}{V}$$

$$V = A \cdot L = 10^6 \cdot 0,2 = 2 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

Molmassa:  $M = 63,546 \text{ g/mol}$ , densitet:  $\rho = 8926 \text{ kg/m}^3$



Massa:  $m = \rho \cdot V = 8926 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 1,7852 \text{ g}$

Antal valenselektroner:  $N = \text{Antal mol} \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A = 0,028 \cdot N_A = 1,69 \cdot 10^{22} \text{ st}$

$n = \frac{N}{V} = \frac{1,69 \cdot 10^{22}}{2 \cdot 10^{-6}} = 8,46 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$

c) Bestäm strömtätheten  $J$ .

$J = \frac{I}{A} = \frac{0,5}{10^{-4}} = 5 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$

d) Bestäm elektronernas driftshastighet  $v_d$ .

$v_d = -\frac{eE}{m} \tau$  Men vad är  $\tau$  då?

$\tau$ : kollisionstid (tid mellan två kollisioner).

$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m} \Leftrightarrow \tau = \frac{\sigma m}{e^2 n}$ ,  $\sigma = \frac{J}{E}$

$\Rightarrow v_d = -\frac{eE}{m} \frac{\sigma m}{e^2 n} = -\frac{\sigma}{en} E = (-) 3,69 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

e) Bestäm konduktiviteten  $\sigma$ .

$\sigma = \frac{J}{E} = 5,9 \cdot 10^9 \text{ (}\Omega \cdot \text{m)}^{-1}$

f) Bestäm kollisionstiden  $\tau$ .

$\tau = \frac{\sigma m}{e^2 n} = 24,7 \text{ fs}$

g) Bestäm elektronernas termiska hastighet  $v_{th}$  vid 300K.

$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m v_{th}^2 \Leftrightarrow v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,17 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  Anmärkning:  $v_{th} \sim 10^4 \cdot v_d$ .

4)  $d = 2 \text{ cm}$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $l = 5 \text{ cm}$ ,  $U = 3000 \text{ V}$

a) Ange fältets storlek och riktning i figuren.

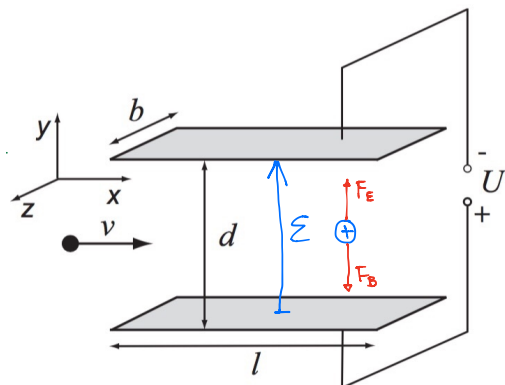
I vilken riktning verkar den resulterande kraften på protonerna?

$E = \frac{U}{d} = 150 \text{ kV/m}$  Pekar i positivt  $y$ -led.

b) I vilken riktning pekar magnetfältet?

$\vec{F} = \vec{v} \times \vec{B}$ , där  $\vec{v}$  går i  $\hat{x}$ -led &  $\vec{F}$  i  $-\hat{y}$ -led

$\Rightarrow \vec{B} = B_0 \hat{z}$  (pos.  $\hat{z}$ -led)



c) Hur stor behöver den magnetiska flödestättheten vara?

$$F_B = F_E \Leftrightarrow q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \Leftrightarrow 150 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^5 \cdot B \Leftrightarrow \boxed{B = 0,3T}$$

d) Vad händer med protoner som har högre hastighet?

$\vec{v} \times \vec{B}$  ökar så  $F_B$  ökar, protonerna avlänkas därför nedåt i figuren.

5) Ändytor:  $2 \times 1 \text{ mm}^2$ , Sidoytor:  $5 \times 1 \text{ mm}^2$ ,  $U = 310 \cdot 10^3 \text{ V}$ ,  $I = 5 \cdot 10^3 \text{ A}$

a) Vilken spänning visar en voltmeter som

kopplas mellan Q och P?

$$U = RI \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}, R = \rho L/A$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{AU}{LI} = 24,8 \frac{\text{m}\Omega}{\text{m}}$$

$$U_{PQ} = \rho \frac{L}{A} \cdot I = \boxed{24,4 \text{ mV}}$$

b) Varför uppstår en spänning mellan punkt-

kontakterna utan att ett B-fält

lagts på?

Kontakterna sitter uppenbarligen inte mitt emot varandra!

c) Vad blir Hallspänningen efter att magnetfältet lagts på?

$$\boxed{U_H = R_H \cdot \frac{IB}{d}}$$
 Vi har I, B & d, men vad är  $R_H$ ?

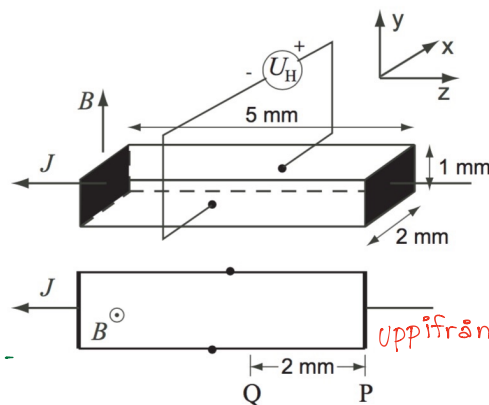
$R_H$  är en materialkonstant

$$3,2 \text{ mV} = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{3,2}{I}$$

$$8 \text{ mV} = (R + R_H) I$$

$$R_H = \frac{8}{I} - \frac{3,2}{I} = \frac{4,8}{I}$$

$$\Rightarrow U_H = \frac{4,8}{I} \cdot \frac{IB}{d} = 4,8 \cdot \frac{0,16}{2} = 0,384$$



Sök på Wikipedia

## Halleffekt

**Halleffekt** är fenomenet att strömförande ledare i magnetfält får en potentialskillnad (**Hallspänning**) vinkelrätt mot strömriktningen. Effekten är uppkallad efter den amerikanske fysikern **Edwin Hall**, som upptäckte effekten 1879. Hallgivare kan mäta magnetfält och de används tillsammans med magnetor som kontaktlösa givare, till exempel för elektroniskt styrd tändning i motorer.

Vanligtvis är geometrin som i bilden, med en rektangulär platta vinkelrätt mot ett magnetfält  $B$ . Om det går en elektrisk ström  $I$  genom plattan uppstår en spänning mellan sidorna som är riktad vinkelrätt mot strömriktningen. Denna hallspänning ges av

$$U_H = R_H \frac{IB}{d},$$

där  $d$  är plattans tjocklek och  $R_H$  är dess hallkoefficient, en materialegenskap.

Effekten orsakas av **Lorentzkraften** som verkar på laddningsbärare som rör sig i ett magnetiskt fält. Hallspänningen är proportionell mot laddningsbärarnas **drift hastighet** och kan användas för att uppskatta deras koncentration.

Läs på ett annat språk

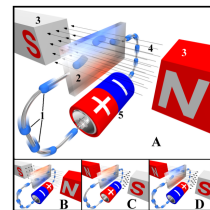


Diagram som förklarar Halleffekt, där de blå partiklarna (1) föreställer elektroner, som rör sig från batteriets minuspol till dess pluspol. I figur A avlänkas Lorentzkraften elektroner till plattans översida som till blå (negativ). I B och C avlänkas elektroner till undersidan eftersom strömriktning eller fältriktning har ändrat riktning. I D är båda ström och magnetfältet omvända, och nu avlänkas elektroner till översidan igen.

d) Beräkna laddningskoncentrationen  $n$ .

$$U_H = 4,8 \text{ mV}$$

$$n = \frac{\text{antal}}{V}$$

e) Uppskatta konduktiviteten.

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}$$

f) Hur stor är mobiliteten  $\mu$ ?

$$\mu = \frac{e \tau}{m} = \frac{\sigma}{en} = 0,24 \text{ m}^2/\text{Vs}$$

g) Är laddningsbärarna i provet positiva eller negativa?

Positiva, eftersom Du kommer fatta efter labb 1.

h) Bestäm energinivåerna i en 3D-läspotential med sidlängd  $L$ .

$$H\psi(x,y,z) = E\psi(x,y,z), H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(x,y,z), V(x,y,z) = \begin{cases} 0 & \text{i brunnen} \\ \infty & \text{utanför} \end{cases}$$

Inuti brunnen: ( $V=0$ )

$$H\psi = E\psi \Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})\psi = E\psi, \text{ variabelseparation: } \psi = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}(X''YZ + Y''XZ + Z''XY) = EXYZ \quad (\text{dividera med } XYZ)$$

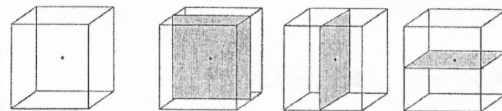
$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z}) = E$$

$$\Leftrightarrow \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \quad (\alpha + \beta + \gamma = +\frac{2mE}{\hbar^2})$$

$$\begin{cases} X'' + \alpha X = 0 \\ Y'' + \beta Y = 0 \\ Z'' + \gamma Z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X(x) = A_1 \sin(\sqrt{\alpha}x) + B_1 \cos(\sqrt{\alpha}x) \\ Y(y) = A_2 \sin(\sqrt{\beta}y) + B_2 \cos(\sqrt{\beta}y) \\ Z(z) = A_3 \sin(\sqrt{\gamma}z) + B_3 \cos(\sqrt{\gamma}z) \end{cases}$$

Randvillkor

$$X(0) = Y(0) = Z(0) = 0 \Rightarrow B_1 = B_2 = B_3 = 0$$



$$X(L) = Y(L) = Z(L) = 0 \Rightarrow \sqrt{\alpha}L = n_x \pi \Leftrightarrow \alpha = \frac{n_x^2 \pi^2}{L^2}, \beta = \frac{n_y^2 \pi^2}{L^2}, \gamma = \frac{n_z^2 \pi^2}{L^2}$$

För att vår vågfunktion ska vara normerad gäller att den ska vara normerad

$$\text{i } x, y, \text{ och } z\text{-led. } \Rightarrow \langle X|X \rangle = \langle Y|Y \rangle = \langle Z|Z \rangle = 1 \Leftrightarrow A_1 = A_2 = A_3 = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

$$\Rightarrow \psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin(\frac{n_x \pi}{L}x) \sin(\frac{n_y \pi}{L}y) \sin(\frac{n_z \pi}{L}z) \text{ och } E = \frac{\hbar^2}{2m}(\alpha + \beta + \gamma) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\pi^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \hbar^2 \frac{\pi^2}{8m} \frac{n^2}{L^2}$$

- 7) 8 fria atomer (kubiska potentialgropar med kantlängd  $a$ )  
 (i) De 8 lädorna förs samman till en låda med sidlängd  $2a$ .

a) Bestäm totala energin i (i) och (ii).

Energivärden för en låda:  $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} k$ ,  $k=1,2,3,\dots$

i)  $L=a$ ,  $E_{tot} = 8 \cdot \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = 12 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$

ii)  $L=2a$ ,  $E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m(2a)^2} (2^2 + 6 \cdot 6) = \frac{21}{4} \frac{\hbar^2 \pi^2}{ma^2}$   
Två  $e$  (för  $k=3$ ), Sex kvadrerade  $e$  (för  $k=6$ )

b) Bildar de 8 atomerna ett (stabilt) kluster?

Ja, totala energin är lägre!

9) Fermi-Dirac-fördelningen ger sannolikheten för att en energinivå med en viss energi är besatt.

a) Bestäm slh att ett tillstånd med energi  $kT$  över Fermi-nivån är besatt vid rumtemperatur.

Fermi-Dirac-fördelning

$$F(E) = \frac{1}{\exp((E-E_F)/kT) + 1}, \quad F(E_F + kT) = \frac{1}{\exp((E_F + kT - E_F)/kT) + 1} = \frac{1}{\exp(kT/kT) + 1} = \frac{1}{\exp(1) + 1} = \frac{1}{e + 1} \approx 0,27$$

b) Motsvarande för  $kT$  under Fermi-nivån.

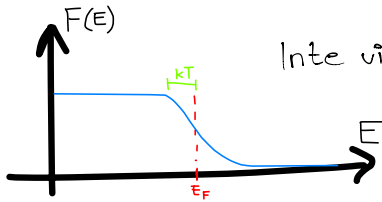
$$F(E_F - kT) = \frac{1}{\exp((E_F - kT - E_F)/kT) + 1} = \frac{1}{\exp(-1) + 1} = \frac{1}{\frac{1}{e} + 1} = \frac{e}{1 + e} \approx 0,73$$

c) Vilken energi har det tillstånd som är obesatt med 1% sannolikhet vid 77K?

$$F(E_x) = 0,99 \Leftrightarrow 0,99 = \frac{1}{\exp((E_x - E_F)/kT) + 1} \Leftrightarrow E_x = E_F + kT \ln\left(\frac{1}{0,99} - 1\right) = E_F + kT \cdot \ln(0,01) = E_F - 0,031 \text{ eV}$$

10) Betrakta en fri elektrongas i tre dimensioner med  $E_F=0$ .

a) Gör en skiss av Fermifördelningen.



Inte vid 0 K! då är lutningen mkt brantare!

b) Använd  $Z(E)$  och  $F(E)$  för att ange antalet elektroner  $N$ .

$$N = \int_0^{\infty} F(E) Z(E) dE = \int_0^{E_F} Z(E) dE \quad \text{vid } T=0.$$

c) Ange elektronernas totala energi i  $Z(E)$  &  $F(E)$ .

$$E_{\text{tot}} = \int_0^{\infty} E F(E) Z(E) dE = \int_0^{E_F} E Z(E) dE \quad \text{vid } T=0.$$

d) Vad är medelenergin per elektron vid  $T=0$  K?

$$E_{\text{medel}} = \frac{E_{\text{tot}}}{N} =$$

e) Har elektronerna potentiell energi?

Nej, bara kinetisk energi eftersom de är fria.

11) Vad innebär periodiska randvillkor? Ta fram ett villkor för  $k$  i en planvåg  $e^{ikx}$  med periodiska randvillkor.

Periodisk upprepning av vågen, helt enkelt, typ.

$$\Phi(x) = e^{ikx}, \quad \text{RV: } \Phi(0) = \Phi(L) \Rightarrow e^0 = e^{ikL} \Leftrightarrow e^{ikL} = 1 \Leftrightarrow kL = 2\pi \cdot n \Leftrightarrow k = \frac{2\pi \cdot n}{L}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

12) 2D-elektrongas,  $k_{2D} = (k_x, k_y)$

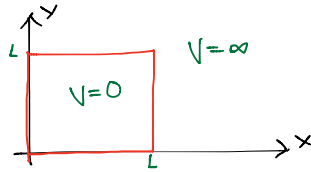
a) Oändlig 2D-kvadratisk potentialbrunn med sida  $L$ . Vad blir energierna?

$V=0$  i brunnen och  $\infty$  utanför.

SE i brunnen:

$$H\phi = E\phi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi = E\phi$$



Variabelseparation:  $\phi = X(x)Y(y)$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} (X''Y + Y''X) = EXY$$

$$\Leftrightarrow \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \quad \Leftrightarrow \alpha + \beta = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\begin{cases} X'' + \alpha X = 0 \\ Y'' + \beta Y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X(x) = A_1 \sin(\sqrt{\alpha}x) + B_1 \cos(\sqrt{\alpha}x) \\ Y(y) = A_2 \sin(\sqrt{\beta}y) + B_2 \cos(\sqrt{\beta}y) \end{cases}$$

RV:  $X(0) = X(L) = Y(0) = Y(L) = 0$  ger:

$$\begin{cases} X(x) = A_1 \sin(\sqrt{\alpha}x), \quad \sqrt{\alpha}L = \pi n_x \Leftrightarrow \sqrt{\alpha} = \frac{\pi n_x}{L} \\ Y(y) = A_2 \sin(\sqrt{\beta}y), \quad \sqrt{\beta}L = \pi n_y \Leftrightarrow \sqrt{\beta} = \frac{\pi n_y}{L} \end{cases} \Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2} = \left( \frac{\pi n_x}{L} \right)^2 + \left( \frac{\pi n_y}{L} \right)^2 \Leftrightarrow E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$$

b) Antag nu periodiska RV istället.

$$X(0) = X(L) \Rightarrow B_1 = A_1 \sin(\sqrt{\alpha}L) + B_1 \cos(\sqrt{\alpha}L)$$

$$Y(0) = Y(L) \Rightarrow B_2 = A_2 \sin(\sqrt{\beta}L) + B_2 \cos(\sqrt{\beta}L)$$

$A_1 = A_2 = A, B_1 = B_2 = B$  (pga symmetri)

$$\Rightarrow A \sin(\sqrt{\alpha}L) + B \cos(\sqrt{\alpha}L) = A \sin(\sqrt{\beta}L) + B \cos(\sqrt{\beta}L)$$

Använd resultatet från 11 ist...

c) Bestäm tillståndstätheten per ytenhet för en 2D-gas.

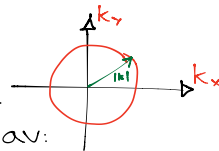
$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) = \frac{\hbar^2}{2m} k^2, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2$$

Vi kan säga att  $E$  ligger på randen.

Antal tillstånd  $S(k)$  i cirkeln ges av:

$$S(k) = \pi k^2 / \text{Area per k-punkt} \quad (\text{gänger 2 pga spin})$$

$$k = \frac{2\pi n}{L} \Rightarrow \Delta k = \frac{2\pi}{L}, \quad (\Delta k)^2 = \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 = \text{Area per k-punkt}$$



$$\Rightarrow S(k) = \pi k^2 z / (\frac{2\pi}{L})^2 = \frac{\pi k^2 \cdot 2L^2}{2^2 \pi^2} = \frac{k^2 L^2}{2\pi}$$

Eftersom  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$  så kan vi gå över till  $\tilde{S}(E)$ .

$$\tilde{S}(E) = \frac{L^2}{2\pi} \cdot \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\text{Vi vill ta fram } Z(E) = \frac{d\tilde{S}(E)}{dE} = \frac{L^2 \cdot 2m}{2\pi \hbar^2} = \frac{L^2 m}{\pi \hbar^2}$$

Per volymsenhet får vi alltså:  $\frac{m}{\pi \hbar^2}$

d) Bestäm Fermienergin. Vi har n som är  $n = \frac{N}{A} = \frac{N}{L^2}$ .

$$N = \int_0^{E_F} Z(E) dE = \frac{L^2 m}{\pi \hbar^2} \cdot E_F$$

$$n = \frac{N}{L^2} = \frac{m}{\pi \hbar^2} \cdot E_F \Leftrightarrow E_F = \frac{n\pi \hbar^2}{m}$$

### 13) Boltzmannfaktorn

$$a) \text{ i) } \frac{P(\Delta)}{P(0)} = \frac{e^{-\Delta/kT}}{e^0} = e^{-\Delta/kT} = e^{-kT/kT} = e^{-1} = 0,36 \quad P(\Delta) = 0,36 P(0)$$

$$\text{ii) } \frac{P(2\Delta)}{P(0)} = e^{-2} \approx 0,13 \quad P(2\Delta) = 0,13 P(0)$$

b) Skriv ner ett uttryck för slh att  $E=9\Delta$  är besatt. Ökar eller minskar slh då  $kT \rightarrow \Delta$ ?

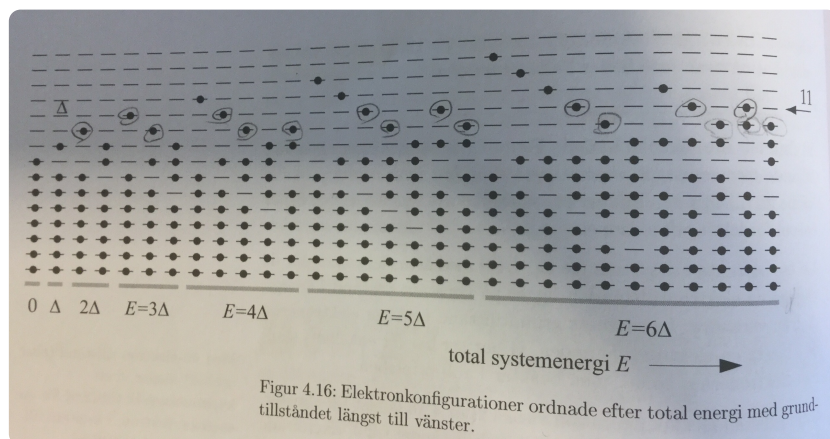
Vi ser att 10 är besatt en gång i  $\Delta$ , en gång i  $3\Delta$ .... (se figuren)

$$b) \quad P(10) = \frac{e^{-2\Delta/kT} + e^{-3\Delta/kT} + 2e^{-4\Delta/kT} + 2e^{-5\Delta/kT} + 4e^{-6\Delta/kT}}{1 + e^{-\Delta/kT} + 2e^{-2\Delta/kT} + 3e^{-3\Delta/kT} + 5e^{-4\Delta/kT} + 7e^{-5\Delta/kT} + 11e^{-6\Delta/kT}}$$

$$kT=0 \Rightarrow P(10) = 0$$

$$kT \rightarrow \infty \Rightarrow P(10) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

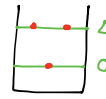
$$kT = \Delta \Rightarrow P(10) = 0,1255$$



14)

a) Ställ upp ett uttryck för systemets medelenergi.

$$P(0) = \frac{1}{1+2e^{-\Delta/kT}}, \quad P(\Delta) = \frac{2e^{-\Delta/kT}}{1+2e^{-\Delta/kT}}$$



$$\bar{E} = P(0) \cdot E_0 + P(\Delta) \cdot E(\Delta) = \frac{2\Delta e^{-\Delta/kT}}{1+2e^{-\Delta/kT}}$$

b) Vad blir  $\bar{E}$  då  $kT \gg \Delta$  och  $kT \ll \Delta$ ?

$$kT \gg \Delta \Rightarrow \bar{E} = \frac{2}{3}\Delta$$

$$kT \ll \Delta \Rightarrow \bar{E} = 0$$

15) Litiums ledningsförmåga är  $\sigma = 1,05 \cdot 10^7 \Omega^{-1}\text{m}$ .

a) Vad är Fermihastigheten?

$$E_F = \frac{1}{2} m v_F^2 \Leftrightarrow v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}, \text{ vad är Fermienergin } E_F \text{ då?}$$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3}{8\pi} n\right)^{2/3}, \text{ formelsamling: } n = 4,7 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow v_F = 1,29 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b) Bestäm  $v_{th}$  vid  $T=300\text{K}$ .

$$\frac{1}{2} m v_{th}^2 = \frac{3}{2} kT \Leftrightarrow v_{th} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1,17 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Det är elektronerna vid  $E_F$  som bidrar till el osv, därför är det deras hastighet  $v_F$  som vi är intresserade av!

c) Bestäm  $v_d$  om  $\mathcal{E} = 100 \text{ V/m}$ .

$$v_d = -\frac{eE}{m}\tau, \quad \tau = \frac{m\sigma}{e^2 n}$$

$$\Rightarrow v_d = -\frac{eE}{m} \cdot \frac{m\sigma}{e^2 n} = \frac{E\sigma}{en} = 0,14 \text{ m/s}$$

d) Bestäm  $l$ .

$$l = v_F \tau = 1,29 \cdot 10^6 \cdot \frac{m\sigma}{e^2 n} \approx 10,2 \text{ nm}$$

e) Hur många litiumatomer passerar en elektron utan att spridas?

Sträcka mellan två atomer:  $3,02 \text{ \AA}$  (se formelsamlingen)

Den åker en sträcka  $l = 10,2 \text{ nm}$  utan att spridas, det ger antalet..

$$\frac{10,2 \text{ nm}}{3,02 \text{ \AA}} = \frac{10,2 \text{ nm}}{0,302 \text{ nm}} \approx 34 \text{ st. De verkar inte bry sig så mkt om jonerna.}$$



16) Uppskatta andelen elektroner i  $[E_F - kT, E_F]$ . Uppskatta elektronernas bidrag till värmekapaciteten. **Fuck uppskattn.**

$$N = \int_{E_F - kT}^{E_F} z(E) dE, \quad N_{\text{tot}} = \int_0^{E_F} z(E) dE, \quad z(E) = C \sqrt{E}$$

Vi söker:  $\frac{N_{kT}}{N_{\text{tot}}} = \frac{\int_{E_F - kT}^{E_F} z(E) dE}{\int_0^{E_F} z(E) dE} = \frac{\int_{E_F - kT}^{E_F} \sqrt{E} dE}{\int_0^{E_F} \sqrt{E} dE} = \frac{[\frac{2}{3} E^{3/2}]_{E_F - kT}^{E_F}}{[\frac{2}{3} E^{3/2}]_0^{E_F}} = \frac{E_F^{3/2} - (E_F - kT)^{3/2}}{E_F^{3/2}}$

b) "Uppskatta  $C_v$ ."

$$E = E(0) + \frac{N_{kT}}{N_{\text{tot}}} \cdot N \cdot kT$$

$$C_v = \frac{dE}{dT} = R$$

17) Koppar

a) Beräkna  $E_F$  för ledningselektronerna.

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3}, \quad \text{FS: } n = 8,45 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \Rightarrow E_F \approx 7,03 \text{ eV}$$

b) Uppskatta atomgittrets bidrag till  $C_v$  vid  $T=300 \text{ K}$ .

$$C_v^{\text{atom}} = 3k \cdot N_{\text{atom}} = \frac{3}{5} = 3k \cdot 8,45 \cdot 10^{28} \approx 393 \text{ J/m}^3 \text{K}$$

c) Uppskatta ledningselektronens bidrag

$$E_{\text{mol}} = \frac{3}{2} kT \cdot N_A \Rightarrow C_v^{\text{el}} / \text{mol} = \frac{dE}{dT} \cdot N_A = \frac{3}{2} k N_A \approx 196 \text{ J/kgK}$$



18)  $M_{\text{sol}} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ,  $R_{\text{sol}} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ ,

$M_{\text{dvärg}} = 0,5 M_{\text{sol}}$ ,  $R_{\text{dvärg}} = 10^7 \text{ m}$ ,  $T_{\text{dvärg}} = 10^7 \text{ K}$

Beräkna Fermienergin och Fermitemperaturen för elektronerna i en vit

dvärg. Kan dessa elektroner betraktas som en klassisk gas?

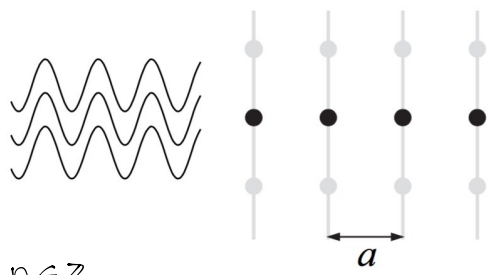
$$n = \frac{N}{V}, \quad N = \frac{M_{\text{dvärg}}}{\text{molmassa}[\text{He}]} \cdot N_A \cdot 2, \quad V = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{dvärg}})^3$$

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3} \approx 10^{-14}, \quad \text{Fermitemp: } kT = E_F \Leftrightarrow T = \frac{E_F}{k} = 7,3 \cdot 10^8 \text{ K}$$

Gräns för klassisk gas:  $e^{(E - E_F)/kT} \gg 1$ ,  $E = \frac{3}{2} kT$ ,  $T = 10^7 \text{ K} \Rightarrow e^{(E - E_F)/kT} = 1,5 \cdot 10^{-3} \gg 1 \Rightarrow$  Ingen klassisk gas!

## 21) Elektroner som vågor

a) För vilka våglängder får du konstruktiv interferens mellan vågor reflekterade i olika plan?



Vi får konstruktiv interferens om  $\Delta L = \lambda \cdot n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$   
 Beroende på var vägen reflekteras får vi:  
 $\Delta L = 2a$ ,  $\Delta L = 4a$ ,  $\Delta L = 6a$ , ...

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2a}{n}$$

Om  $2a$  är ett helt antal  $\lambda$  så är även  $4a, 6a, \dots$  det

b) Vad är vågtalen  $k$  vid konstruktiv interferens?

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{2a} = \frac{\pi n}{a}$$

## 22) 1D-metall med längd $L$ , $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx}$

a) Ange sannolikhetstätheten.

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{L}$$

b) Ange elektronernas kinetiska energi

$$H\psi = E\psi, V=0 \Rightarrow E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

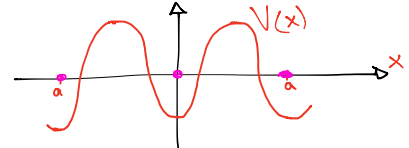
Orkar inte gå igenom härledningen igen.

c) Ange rörelsemängden.

$$p = \hbar k$$

d) Skissa potentialen relativt atomernas lägen.

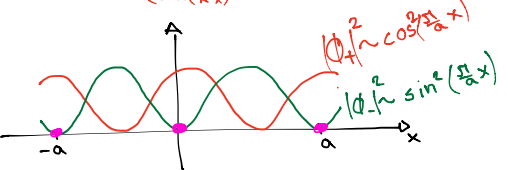
$$V(x) = -V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{a}x\right), V_0 > 0.$$



e) Skissa slh-tätheten för  $\psi_+$  &  $\psi_-$  relativt atomernas läge.

$$\psi_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2L}} (e^{ikx} \pm e^{-ikx}), k = \frac{\pi}{a}$$

$\sim \begin{cases} \cos(kx) \\ \sin(kx) \end{cases}$



f) Hur stor är elektronens rörelsemängd i de två tillstånden?

$$\langle \Phi_+ | \hat{p} | \Phi_+ \rangle \sim \int_0^L \Phi_+^* (\hbar) \Phi_+' dx \sim \int_0^L \Phi_+ \cdot \Phi_+' dx = \int_0^L \sin(kx) \cos(kx) dx = \left[ \frac{\sin^2(kx)}{2k} \right]_0^L = \frac{\sin^2(kL)}{2k} = \frac{\sin^2(\frac{2\pi L}{a})}{2 \cdot \frac{2\pi L}{a}} = 0$$

$$\langle \Phi_- | \hat{p} | \Phi_- \rangle \sim \int_0^L \Phi_-^* (\hbar) \Phi_-' dx \sim \int_0^L \Phi_- \cdot \Phi_-' dx = \int_0^L \cos(kx) \sin(kx) dx = 0$$

Stämmer om  $\frac{L}{a}$  är heltal, vilket det är!

g) Hur stor är elektronens kinetiska energi i de två tillstånden?

$$\langle \Phi_+ | \hat{E} | \Phi_+ \rangle = \int_0^L \frac{\hbar^2}{2m} \cos(kx) \cdot \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{2}{\sqrt{2L}} \cdot (-\cos(kx)) dx = \frac{4\hbar^2 k^2}{4mL} \int_0^L \cos^2(kx) dx = \frac{\hbar^2 k^2}{mL} \int_0^L \cos^2(kx) dx = \frac{\hbar^2 k^2 N}{2m}$$

P.s.s. för  $\langle \Phi_- | \hat{E} | \Phi_- \rangle = \dots = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Do kan typ skippa N pga...

h) Hur stor är elektronens potentiella energi i de två tillstånden?

$$V(x) = -V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right)$$

$$\langle \Phi_+ | V(x) | \Phi_+ \rangle = \int_0^L \frac{2}{\sqrt{2L}} \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right) \cdot (-V_0) \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{2L}} \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right) dx = -\frac{V_0}{2}$$

P.s.s. för  $\langle \Phi_- | V(x) | \Phi_- \rangle = \dots = V_0/2$

i) Hur stort är bandgapet?

Vi har att skillnaden i potentiell energi mellan  $\Phi_+$  &  $\Phi_-$  är  $\frac{V_0}{2} + \frac{V_0}{2} = V_0$

$$\Rightarrow E_g = V_0$$

$$23) H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x), \quad V(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq x \leq L \\ \infty & ; \text{annars} \end{cases}$$

a) Plocka  $E_n^0$  och  $\Phi_n^0$  från uppgift 6).

$$E_n^0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2, \quad \Phi_n^0 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

b) Visa att vågfunktionerna är ortogonala.

$$\langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle = \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) dx, \quad n \neq n'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle = \left[ \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(-\frac{1}{n'\pi}\right) \cos\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) \right] - \int_0^L \left(-\frac{1}{n'\pi}\right) \cos\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx =$$

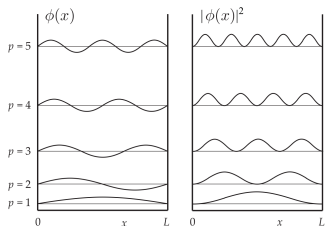
$$= \frac{n}{n'} \left[ \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{1}{n'\pi}\right) \sin\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) \right] - \frac{n}{n'} \int_0^L \frac{1}{n'\pi} \left(\frac{n\pi}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) dx =$$

$$= \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n'\pi x}{L}\right) dx = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{1}{2} \langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle$$

$$VL = HL \Leftrightarrow \langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle = 0 \Leftrightarrow \langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle \left(1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2\right) = 0$$

Eftersom  $n \neq n'$  så måste  $\langle \Phi_n | \Phi_{n'} \rangle = 0$  □

c) Skissa vågfunktionerna och slh-fördelningarna för de tre lägsta tillstånden.

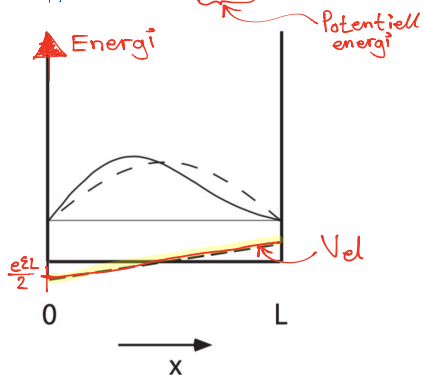


Figur 4.2: Lådpotentialens vågfunktioner  $\phi(x)$  och sannolikhetstätheter  $|\phi(x)|^2$ .

d) Skissa hur potentialbrunnen ser ut med pålagt fält.

$$U(x) = -\mathcal{E}(x - L/2), \quad V_{el}(x) = e\mathcal{E}(x - L/2)$$

$$H = H_0 + H' = V_{el}(x) + H'$$



e) Hitta nya energier mha störningsräkning.

$$H\phi = (H_0 + H')\phi = H_0\phi + V'\phi = E^0\phi + E'\phi$$

Vi har redan  $E_n^0$ , vad är  $E'$ ?

$$V'\phi = E'\phi, \quad \text{vi antar att } \phi = \phi_n^0 = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\langle V' \rangle = \langle \phi | V' | \phi \rangle = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot e\mathcal{E}(x - L/2) \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{2e\mathcal{E}}{L} \int_0^L \underbrace{\sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}_{\text{jämn kring } L/2} (x - L/2) dx = 0$$

$$\Rightarrow E = E^0 + E' = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2m} + 0 \quad \text{Ingen skillnad.}$$

f) Utifrån din skiss i d), vilken av följande tror du bäst motsvarar den nya vågfunktionen för lägsta energinivån.

Konstruktion 1:  $\phi = \phi_1^0 + \phi_2^0$ , tänk efter bara.

g) Bestäm  $c_1$  &  $c_2$ .

$$(H_0 + H') (c_1 \Phi_1^0 + c_2 \Phi_2^0) = E_1 (c_1 \Phi_1^0 + c_2 \Phi_2^0)$$

h)  $\lambda \begin{bmatrix} E_1^0 & C \\ C & E_2^0 \end{bmatrix}$  ges av:  $(E_1^0 - \lambda)(E_2^0 - \lambda) - C^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{E_1^0 + E_2^0}{2} - \sqrt{\frac{(E_2^0 - E_1^0)^2}{4} + C^2} < E_1^0$

24) Koppar

a) Bestäm våglängden hos lednings-  
elektronerna i koppar vid Fermienergin.

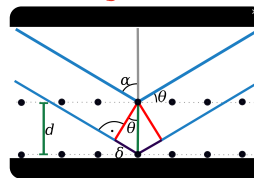
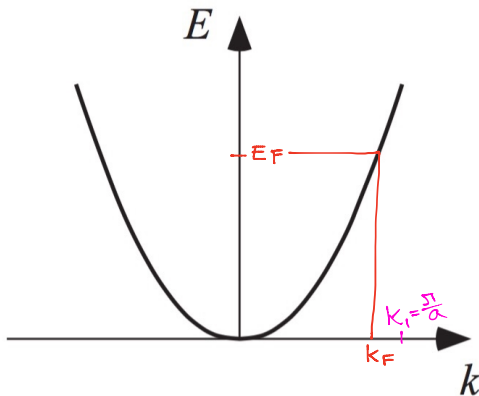
Uppgift 17  $\Rightarrow E_F = 7,03 \text{ eV}$

$E_F = \frac{h^2 k_F^2}{2m}$  kan inte användas eftersom

$E_F = \frac{h^2 k^2}{2m}$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2mE_F}{h^2}}} \approx 4,64 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

vi inte snackar om fotoner

b)  $a = 0,209 \text{ nm}$ . Märkera  $k_F$  och de vägtal där Braggreflektion kan ske.



$k_F = \frac{2\pi}{\lambda_F} \approx 1,35 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$

Braggreflektion sker då:

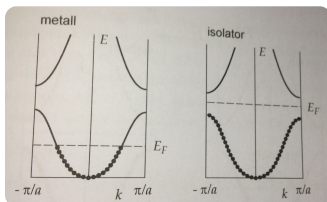
$2a = \lambda n \Leftrightarrow \lambda = \frac{2a}{n}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi n}{a}$

$k_1 = \frac{\pi}{a} \approx 1,5 \cdot 10^{10} > k_F$  Nu vet vi var  $k_1$  ska placeras!

c) Är koppar en metall eller inte?

Eftersom  $k_F < \frac{\pi}{a}$  så ligger  $E_F$  inte i bandgapet  $\Rightarrow$  Koppar är en metall



I figuren (5.19) ser vi precis detta, i metaller ligger inte valenselektronerna still och alltså leder de ström!

25) 1D-kristall,  $a=0,25\text{ nm}$ ,  $z$  valens- $e$ , periodiska RV.

a) Bestäm  $E_F$  för  $z=3$  &  $z=4$  inom frielektronmodellen.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

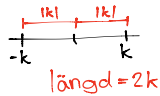
Vi kan säga att  $E$  ligger på en linje

Antal tillstånd  $S(k)$  i cirkeln ges av:

$$S(k) = 2 \cdot 2k / \text{längd per } k\text{-punkt} \quad (\text{gänger } 2 \text{ pga spin})$$

$$k = \frac{2\pi n}{L} \Rightarrow \Delta k = \frac{2\pi}{L}$$

$$\Rightarrow S(k) = 2 \cdot 2k / \frac{2\pi}{L} = \frac{kL}{\pi}$$



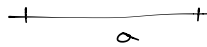
Eftersom  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$  så kan vi gå över till  $\tilde{S}(E)$ .

$$\tilde{S}(E) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$Z(E) = \frac{dS(E)}{dE}$$

$$N = \int_0^{E_F} Z(E) dE = \left[ \tilde{S}(E) \right]_0^{E_F} = \frac{L}{\pi} \sqrt{\frac{2mE_F}{\hbar^2}}$$

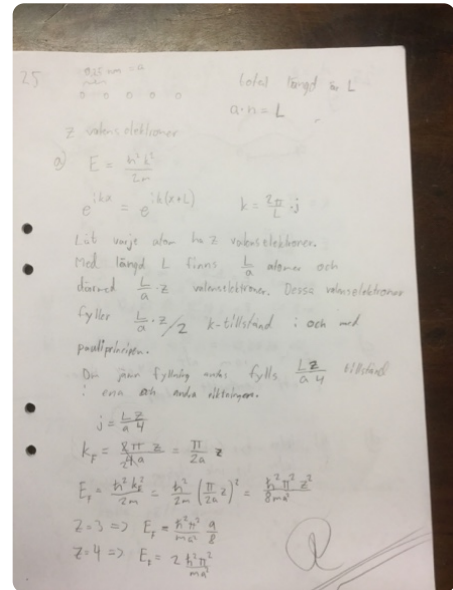
$$N = \frac{N}{L} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2mE_F}{\hbar^2}}$$



Vi vet också att  $n = \frac{z}{a}$ .

$$\Rightarrow \frac{z}{a} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2mE_F}{\hbar^2}} \Leftrightarrow E_F = \frac{z^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$$

*Simon Paulson*



b) Bestäm bandgapsenergin.

Vi får bandgap då  $k = \frac{\pi}{a} \cdot n$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}, \quad n=1 \Rightarrow 6,02 \text{ eV}, \quad n=2 \Rightarrow 24,07 \text{ eV}.$$

c) När är kristallen en isolator? ( $z=3$  eller  $z=4$ ?) Hur många band är fyllda?

Vid  $z=4$  är  $E = E_F$  och Fermienergin ligger precis i mitten av ett bandgap, därför har vi då en isolator

d)

26) Cu, blabla...

a) Uppskatta vägtalet hos den emitterade fononen.

$$k - k' = k_{\text{fonon}}$$

Tänk att både början & slutet på pilen ligger ca på  $\pm k_F$

$$\Rightarrow k_{\text{fonon}} \approx 2k_F \approx 2,7 \cdot 10^{10} / \text{m}$$

b) Uppskatta energin som elektronen som  $e^-$  förlorar när den sprids?

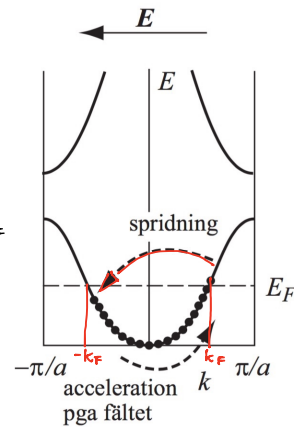
$$\Delta E = hf_1 - hf_2 = h \left( \frac{v}{\lambda_1} - \frac{v}{\lambda_2} \right) = hv \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{hv}{2\pi} (k_1 - k_2) = \frac{hv}{2\pi} \cdot 2k_F$$

Svar:  $\Delta E \approx 64 \text{ meV}$

c) Bestäm kvoten mellan  $e^-$  energiförlust &  $E_F$ .

$$\frac{\Delta E}{E_F} = \frac{h \cdot v \cdot 2k_F}{\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}} = \frac{h \cdot v \cdot 4\pi m}{\hbar^2 k_F} = \frac{16\pi v m}{\hbar k_F} = 0,009$$

Det är alltså mkt liten relativ ändring!



27) Alkaliämnen.

a) Uppskatta minsta fotonenergin för vilken denna excitation kan ske.

$$1 \text{ Ry} = hcR_\infty \approx 13,6 \text{ eV}$$

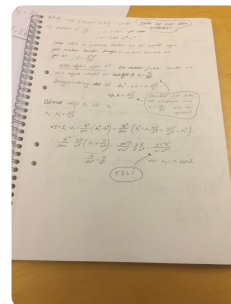
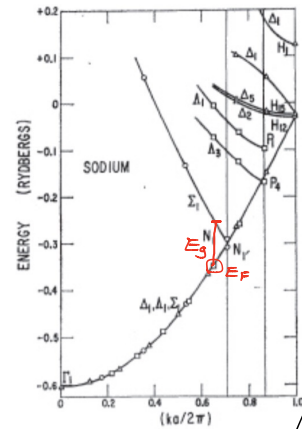
$E_F$  ligger mitt i bandgapet i metaller. Gå från  $E_F$  rakt upp

till nästa band:  $E_g \approx 1,8 \text{ eV}$

b) Uppskatta fotonenergin mha frielektronmodellen.

~~~~~

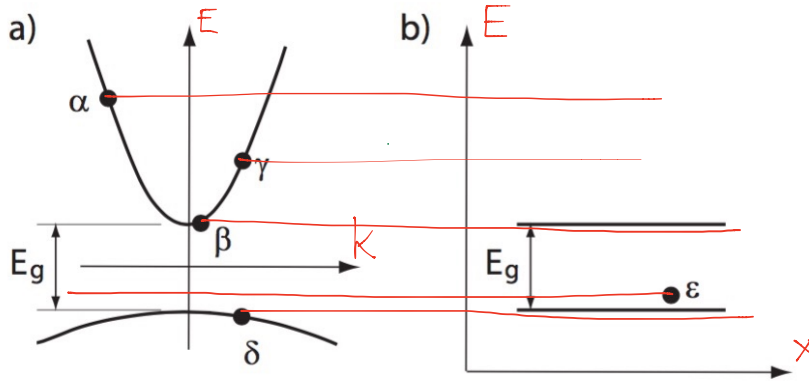
|                    | Li     | Na     | K      | Rb     | Cs     |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $a_0(\text{\AA})$  | 3.491  | 4.225  | 5.225  | 5.585  | 6.045  |
| $a_0(\text{a.u.})$ | 6.597  | 7.984  | 9.847  | 10.555 | 11.424 |
| $E_{FS}$           | -0.420 | -0.367 | -0.318 | -0.302 | -0.284 |
| $E_F$              | -0.431 | -0.367 | -0.320 | -0.308 | -0.297 |
| $E(N)$             | -0.412 | -0.302 | -0.293 | -0.295 | -0.296 |
| $(m_e/m_0)_s$      | 1.32   | 1.00   | 1.02   | 0.99   | 1.06   |
| $(m_e/m_0)$        | 1.66   | 1.00   | 1.09   | 1.21   | 1.76   |



Gustav

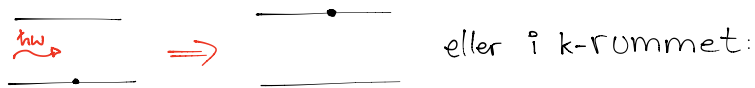
28)

2) Sätt ut korrekta storheter på axlarna.



29) Bandgap  $E_g$ , energi  $\hbar\omega > E_g$ .

a) Skissa före & efter

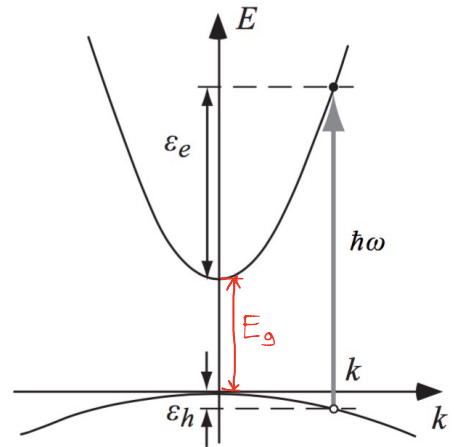


b) Bestäm ett uttryck för vågvektorn  $k$ .

Bilden ger:  $\epsilon_h + E_g + \epsilon_e = \hbar\omega$ ,  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

$$\epsilon_h = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad \epsilon_e = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{\hbar\omega - E_g}{\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h} \right)} \Leftrightarrow k = \sqrt{\frac{\hbar\omega - E_g}{\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h} \right)}}$$



c) Vad blir  $k$ -vektorn?

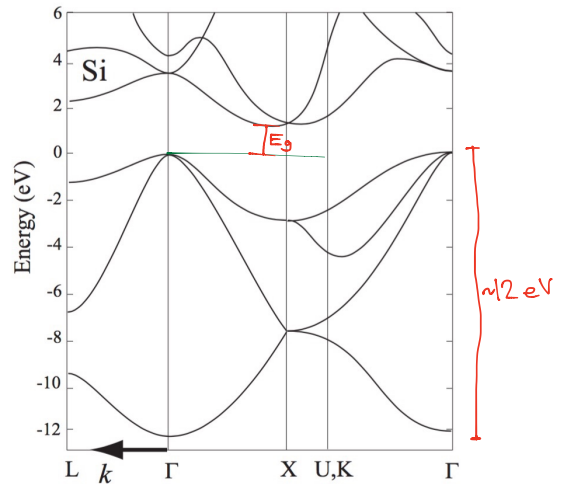
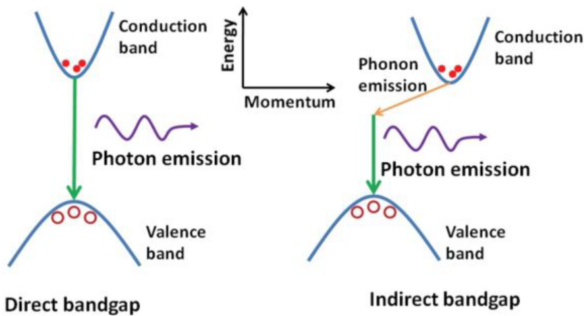
Sätt in siffror:  $3,1 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$



30)  $\Gamma$  symboliserar  $(k_x, k_y, k_z) = 0$ .

a) Hitta & markera bandgapet  $E_g$ .  
Se figur!

b) Vilken typ av bandgap har kisel?



Indirekt bandgap, absorption och emission {kräver skapar fononer

Och ljusutsändning är därför ineffektiv. Använd inte kisel till lasrar!

c) Vad är Fermienergin enligt frielektronmodellen?

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3} = 12.47 \text{ eV}$$

d) Bestäm  $E_F$  från figuren

Se figuren.  $\sim 12 \text{ eV}$ .

31) Kisel

a) P-typ kisel,  $\rho = 10 \Omega \text{m}$ . Hur stor måste koncentrationen Al-atomer vara om hälets mobilitet  $\mu = 0,05 \text{ m}^2/\text{Vs}$ ?

$$N_{\text{Al}} = n$$

$$\text{FS: } n = \frac{\sigma m}{\tau e^2} = \frac{\sigma m e}{m \mu e^2} = \frac{\sigma}{\mu e} = \frac{1}{0,05 e} = \frac{1}{10005 e} = \frac{2}{e} = 1,25 \cdot 10^{19}$$

b)

32) Beräkna effektiva Bohrradien i GaAs.

$$a_0^* = a \frac{\epsilon_r m}{m_e^*} = \frac{4\pi\hbar^2 \epsilon_0}{e^2 m} \cdot \frac{\epsilon_r m}{m_e^*} = \frac{4\pi\hbar^2 \epsilon_0}{e^2 m_e^*} = \frac{1}{m_e^*} = 0,066 m_e \approx \boxed{10 \text{ nm}}$$

33) Si-prov,  $n = 10^{19} \text{ m}^{-3}$

a) Hur långt från ledningskanten ligger  $E_F$ ?

$$E_c - E_F = ?$$

Vi får inte använda frielektronmodellen.

Vi använder "nästan-frielektronmodellen".

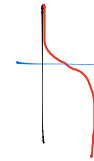
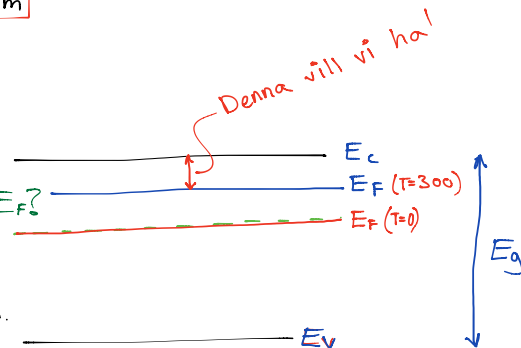
$$n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT}, N_c = \left( \frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$n = 10^{19} \text{ m}^{-3} \Rightarrow E_c - E_F = 0,33 \text{ eV}$$

$$n = 10^{20} \text{ m}^{-3} \Rightarrow E_c - E_F = 0,27 \text{ eV}$$

c) Jämför a) och b).

Ökat  $n$  ger högre  $E_F$   
eftersom vi har samma  $T$   
så ändras inte  $E_c$  eller  $E_v$ .



34) Si,  $T = 300 \text{ K}$ ,  $\rho = 9 \cdot 10^{-3} \Omega \text{ m}$ ,  $R_H = \frac{1}{qn} = -\frac{1}{ne} = -3,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{As}$ .

a) Bestäm mobiliteten.

$$\mu = \frac{e \cdot \tau}{m} = \frac{e m \sigma}{m^2 n} = \frac{\sigma}{en} = \frac{1}{en\rho}$$

$$n = \frac{-1}{3,9 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mu = -\frac{3,9 \cdot 10^{-4}}{e \cdot \rho} =$$

35)  $E_g = 2,2 \text{ eV}$ , n-dopad,  $N_D = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

a) Vad är  $n$  givet att hälften av donatorerna är joniserade?

Om hälften är joniserade så finns hälften kvar.

$$n = N_D^+ = \frac{N_D}{2} = 0,5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$$

b) Var ligger  $E_F$ ?

$E_F = E_D$  eftersom hälften ligger över  $E_D$  (joniserade).

c) Uppskatta  $T$ .

$$E_c - E_D = E_c - E_F = -\ln\left(\frac{n}{N_c}\right) \cdot kT$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{E_c - E_D}{k \cdot \ln\left(\frac{n}{N_c}\right)}, \quad N_c = 2 \left( \frac{2,51 m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}, \quad \text{här approximerar vi } T \approx 300 \text{ K}$$

$m_e^* \approx 0,6 m_e$  (vi gissar...)

i)  $E_c - E_D = 0,05 \text{ eV} \Rightarrow T \approx 106 \text{ K}$

ii)  $E_c - E_D = 0,20 \text{ eV} \Rightarrow T \approx 425 \text{ K}$

Avroundn.  $\begin{cases} T \approx 100 \text{ K} \\ T \approx 400 \text{ K} \end{cases}$

d) Orkar inte  $\Rightarrow T = \{120 \text{ K}, 360 \text{ K}\}$

36)  $E_F = 0$ , bandgap  $E_g$ , effektiv massa  $m_e^*$ ,  $E_g \gg kT$ :

$$E_{\text{tot}} = \underbrace{2 \left( \frac{m_e^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}}_{N_c} \cdot (E_g/2 + \alpha) \cdot e^{-E_g/2kT} = n \times (E_g/2 + \alpha) \quad (*)$$

a) Ange betydelsen av  $\alpha$ .

$\alpha = \frac{3}{2} kT$ , alltså kinetiska energin.

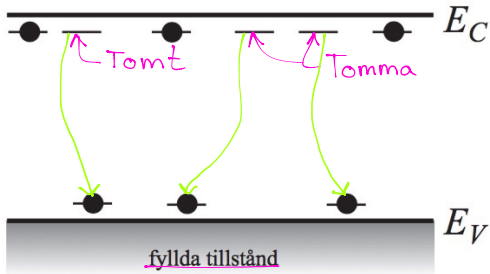
b)  $E_v = 0$ , Hur ser (\*) ut nu?

$$E_{\text{tot}} = n \times (E_g + \alpha)$$

(vi har bara förskjutit nollnivån)

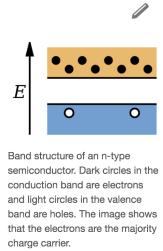
37) Avsikt:  $\sigma = 0,05 \text{ } \Omega\text{-m}$ , resultat:  $\sigma = 0,06 \text{ } \Omega\text{-m}$ , n-typ  
bara donatoref

a) Rita ett schematiskt banddiagram och indikera vilka tillstånd som är tomma vid  $T=0 \text{ K}$ .  $\mu_e = 0,15 \text{ m}^2/\text{Vs}$



**N-type semiconductors**

N-type semiconductors have a larger electron concentration than hole concentration. The phrase 'n-type' comes from the negative charge of the electron. In n-type semiconductors, electrons are the **majority carriers** and holes are the **minority carriers**. N-type semiconductors are created by doping an intrinsic semiconductor with donor impurities (or doping a p-type semiconductor as done in the making of CMOS chips). A common dopant for n-type silicon is phosphorus. In an n-type semiconductor, the **Fermi level** is greater than that of the intrinsic semiconductor and lies closer to the conduction band than the valence band.



Pauli: Vid  $T=0$  har vi lägst möjlig energi!

b) Hur stora är donator- och acceptorkoncentrationerna i provet?

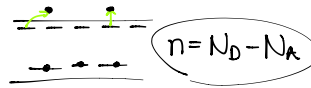
När vi har bara donatorer så är  $\sigma = 0,05$ .

$$\sigma = en\mu_e + ep\mu_h$$

liten pga hårdare n-dopning

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu \Leftrightarrow n_d = \frac{\sigma}{e \cdot \mu} = \frac{0,05}{e \cdot 0,15} = 8,32 \cdot 10^{20}$$

När  $\sigma = 0,06$  så har några hoppat ner



$$n_a = n_d - \frac{0,06}{e \cdot 0,15} = 1,4 \cdot 10^{20}$$

38) Figuren visar data för germaniumprov dopade på olika sätt.

a) Bestäm bandgapet för germanium.

$$\left\{ \begin{array}{l} n = N_c \cdot e^{-E_g/2kT} \\ \sigma = ne\mu_e \end{array} \right\} \text{ Vi läser av } \sigma \text{ och } T \text{ i grafen.}$$

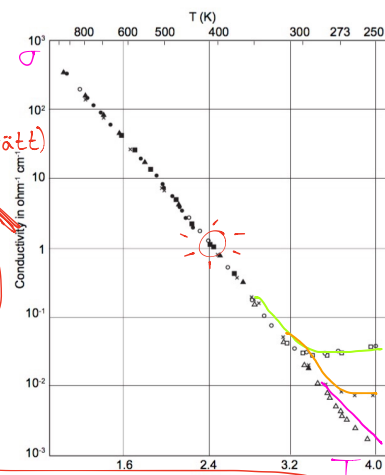
$$\sigma = 1, T = \frac{10^3}{2,4} \approx 416,7 \text{ K} \Rightarrow E_g = 0,89 \text{ eV (Nästan rätt)}$$

b) Vad kan du säga om de som skiljer sig åt?

De har olika dopkoncentration. Grön är mest dopad.

c) Uppskatta dopkonc. för □.

$$\sigma \approx 10^{-1,5} \Rightarrow n = \frac{\sigma}{e \mu_e}$$



Anledningen att det blir fel är att vi inte ska avläsa i tabellen. Vi beräknar istället  $E_g$  som lutningen av linjen där vi också måste ln-a sigma.

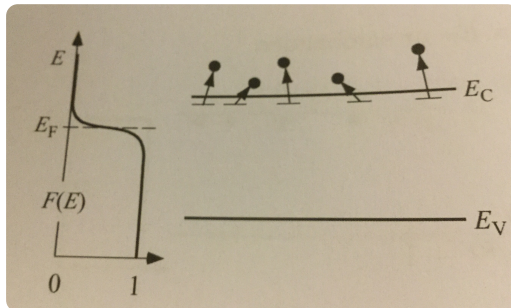
39) Kiselprov,  $N_D = 10^{23} \text{ m}^{-3}$

a) Skissa  $e^-$ -konc. och h lkonc. m.a.p.  $T$ .



b) Var vill vi arbeta?

Vi vill jobba i m tnnadsområdet, alltså där laddningsb rarkonc motsvarar dopkonc. och alltså har varje donator släppt sin elektron till ledningsbandet.



se s.164

c) Uppskatta områdets gränstemperaturer  $T_1$  &  $T_2$ .

$$n \cdot p = N_c N_v e^{-E_g/kT} = n_i^2, \quad n = \sqrt{N_c N_D} e^{-E_d/2kT}$$

$T_1$  ges av att  $n_i = N_D$ , se s.165.

$$\Rightarrow N_c N_v e^{-E_g/kT} = N_D^2 \Leftrightarrow T = \left( \ln \left( \frac{N_D^2}{N_c \cdot N_v} \right) \cdot \left( -\frac{k}{E_g} \right) \right)^{-1}$$

Vid  $T=300$ ,  $m_e^* = 0,26 m_e$ ,  $m_h^* = 0,69 m_e$  och  $E_g = 1,1 \text{ eV}$  har vi  $T = 1040 \text{ K}$

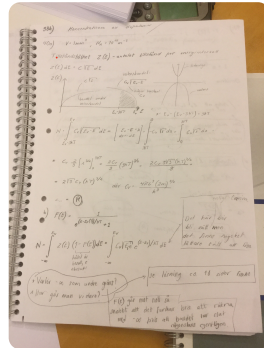
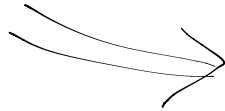
Den andra gränsen fås av  $n = N_D$ .

$$\Rightarrow N_D = \sqrt{N_c \cdot N_D} \cdot e^{-E_d/2kT} \Leftrightarrow T = \left( \ln \left( \frac{N_D}{\sqrt{N_c \cdot N_D}} \right) \cdot \left( -\frac{2k}{E_d} \right) \right)^{-1}$$

Vi approximerar  $N_c$  f r  $T=300$  igen och  $E_d = 0,045 \Rightarrow T = 96 \text{ K}$

40) Kisel,  $V=1\text{mm}^3$ ,  $N_A=10^{22}\text{m}^{-3}$ , Pauli kan försummas  $\Leftrightarrow$  slk att ett tillst. i valensbandet är besatt av ett hål är liten.

a) Hur många tillstånd finns det inom  $3kT$  från valensbandskanten vid  $T=300\text{K}$ ?



Gutte

b) Hur många hål finns det?

$$N_{\text{hål}} = N_A \cdot V = 10^{22} \cdot 10^{-9} = 10^3 \text{ st}$$

c) Kan hålen betraktas som en klassisk gas?

Japp, eftersom vi försummat Pauliprincipen.  $1-F(\epsilon)$  är mycket liten.

d) Hur stor är hålenens fria medellängd?

$l = v_{\text{th}} \cdot \tau$ , vi använder  $v_{\text{th}}$  eftersom Pauli inte gäller, se s. 169.

$$\frac{1}{2} m v_{\text{th}}^2 = \frac{3}{2} kT \Leftrightarrow v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 1,41 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

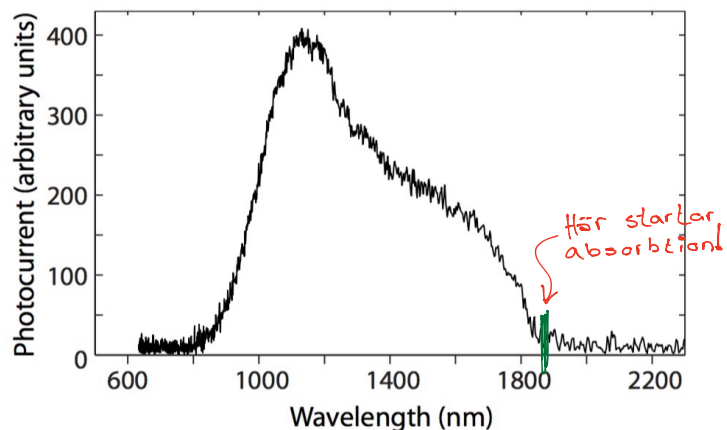
$\tau = \frac{m\mu}{e}$

41) Nanoträddar

Vad är bandgapet?

$$\lambda = 1850$$

$$E_g = \frac{hc}{\lambda} \approx 0,7 \text{ eV}$$



42)  $J_0 = 10 \text{ nA}$  vid backspänning:  $10 \text{ V}$  ( $T = 300 \text{ K}$ )

$$J = J_0 (e^{U_F/kT} - 1) *$$

Vad blir strömmen om vi har framspänning:

a)  $0,1 \text{ V}$ ?

Sätt bara in i formeln,  $U_F = 0,1 \text{ V}$ ,  $T = 300 \text{ K}$ .

$$J = 4,7 \cdot 10^{-7} \text{ A}$$

$$b) U = 0,3 \text{ V} \Rightarrow J = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$c) U = 0,5 \text{ V} \Rightarrow J = 2,5 \text{ A}$$

43) p-n-diod, arbetsström  $\sim 1 \text{ mA}$  per  $100 \mu\text{m}^2$ , framspänning  $0,7 \text{ V}$ .

Antag att dioden går sönder vid  $100 \text{ mA}$  per  $100 \mu\text{m}^2$  -

Hur stor var ändringen i pålagd spänning?

$$J = J_0 (e^{U_F/kT} - 1)$$

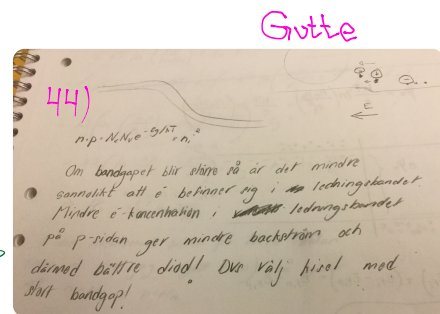
$$J = 1 \text{ mA}, U_F = 0,7 \Rightarrow J_0 = 1,74 \cdot 10^{-15} \text{ A}$$

$$J = 100 \text{ mA}, \Rightarrow U_F = \ln\left(\frac{J}{J_0} + 1\right) \cdot \frac{kT}{e} = 0,82$$

$$\Delta U_F = 0,12 \text{ V}$$

44) Kisel:  $E_g = 1,1 \text{ eV}$ , Germanium:  $E_g = 0,66 \text{ eV}$

Vilket material är bäst lämpat för dioder?



Den mättade backströmmen i pn-övergången ska vara så liten som möjligt! Därför är kisel bäst pga sitt större  $E_g$ .

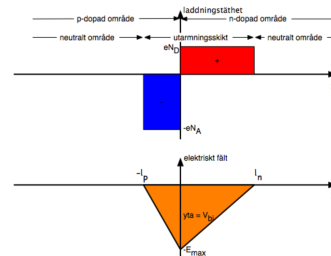
45) pn-övergång

a) I vilken del är fältstyrkan större än noll?

I utarmningsområdet

b) I vilken riktning pekar fältet?

Från n till p (fr. + laddn.täthet till - laddn.täthet)





4b) Energiskillnad:  $e\psi_0$

Visa att  $\psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right) = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$ , fullständig jonisation kan antas.

$$\begin{cases} n_n = N_c e^{-(E_c - E_F^*)/kT} \\ p_p = N_v e^{-(E_F^* - E_v)/kT} \end{cases}, \quad n_i^2 = N_c N_v e^{-E_g/kT}$$

Två olika  $E_F$ !  $E_g = E_c - E_v$

$$n_n p_p = N_c N_v e^{-(E_c - E_v) - (E_F^* - E_F^*)/kT} = N_c N_v e^{e\psi_0/kT}$$

$$\Rightarrow \frac{n_n p_p}{n_i^2} = \frac{N_c N_v e^{(e\psi_0 - E_g)/kT}}{N_c N_v e^{-E_g/kT}} = e^{e\psi_0/kT} \frac{n_n p_p}{n_i^2}$$

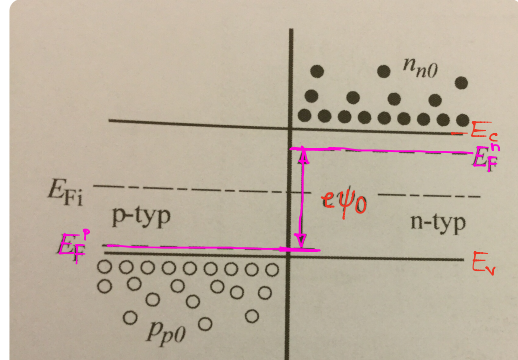
$$\Leftrightarrow \psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right)$$

För att visa den andra likheten så måste den kordade Max förstå varför  $n_n p_p = N_D N_A$

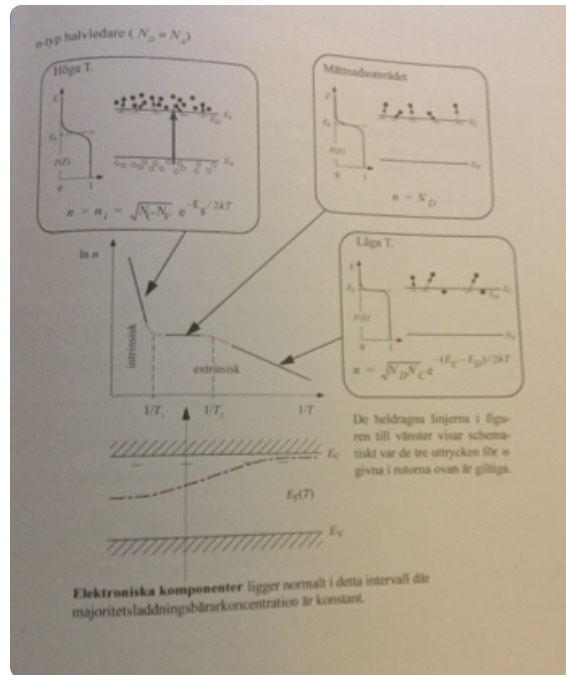
Vid mättnad gäller att  $n_n = N_D$  och (analogt) att  $p_p = N_A$  (se s.165)

$$\Rightarrow \psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right) = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$$

Svar



Figur 7.1: pn-övergången innan jämvikt har etablerats.  $E_{Fi}$  är den intrinsiska Fermi-nivån, som ligger ungefär mitt i bandgapet.



47) Kisel,  $N_A = 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ,  $n_i = 10^{16} \text{ m}^{-3}$

a) Beräkna  $x_n$  och  $x_p$ .

$$\epsilon_m = \frac{e N_A}{\epsilon_s} x_p = \frac{e N_D}{\epsilon_s} x_n$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{N_D}{N_A} x_n$$

Tänk Max, hur kan du ta fram  $x_p$  &  $x_n$ ? \*Bläddrar i formelsamlingen\*

$$\text{FS: } w = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \epsilon_r}{e} (\psi_0 - U) \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

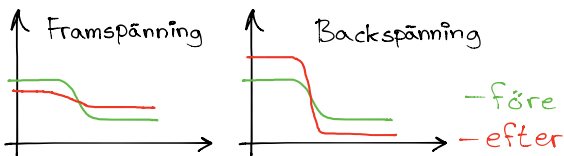
I uppgift 46 härledde vi:  $\psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$

Vi antar också att vi inte har någon pålagd spänning  $\Rightarrow U = 0 \text{ V}$ .

$$\text{Alltså: } w = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \epsilon_r}{e} \cdot \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} = \frac{N_A N_D}{n_i^2} \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \epsilon_r kT}{e^2} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}} \Rightarrow x_n = 0,88 \mu\text{m}, x_p = 88 \text{nm}$$

$$\text{Bryt bara ut } x_n \text{ \& } x_p, w = x_n + x_p = x_n + \frac{N_D}{N_A} x_n = \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) x_n \Rightarrow w$$

b) Ska dioden vara framspänd eller backspänd för att öka rymdladdningsområdet?



Vid **framspänning** så blir backen mindre brant och färre hål/elektroner diffunderar, då ökar utarmningsområdet, det vill vi inte!

Vid **backspänning** blir backen brantare och utarmningsområdet minskar, det vill vi!

Svar: Backspänning.

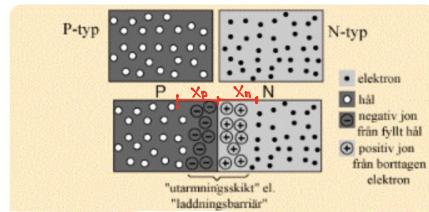
c) Hur stor spänning krävs för att göra rymdladdningsområdet dubbelt så stort?

Vi vill dubbla  $w$  genom att ändra  $U$ .

$$w \propto \sqrt{(\psi_0 - U)}, \text{ om } U = -3\psi_0 \Rightarrow \sqrt{(\psi_0 - U)} = \sqrt{(\psi_0 + 3\psi_0)} = 2\psi_0$$

$w$  är alltså dubbelt så stort om  $U = -3\psi_0$  än om  $U = 0$ . ( $w(U = -3\psi_0) = 2w(U = 0)$ )

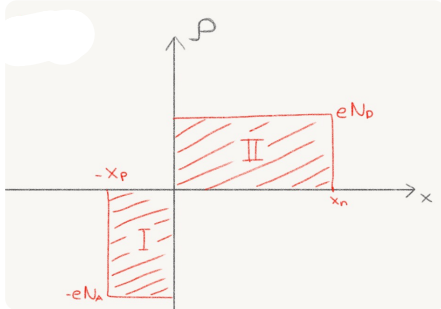
$$\text{Vi använder att } \psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \Rightarrow U \approx 2,0 \text{ V}$$



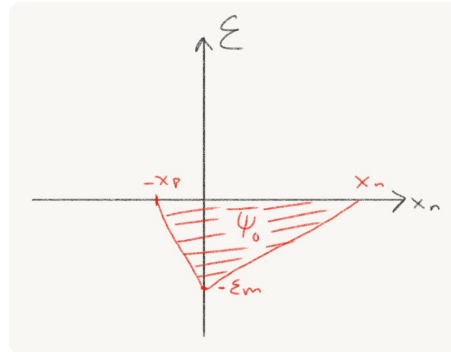
48) Germanium,  $N_A = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ,  $N_D = 10^{22} \text{ m}^{-3}$ , (pn-diod)

a) Skissa:

i) Laddningstätheten

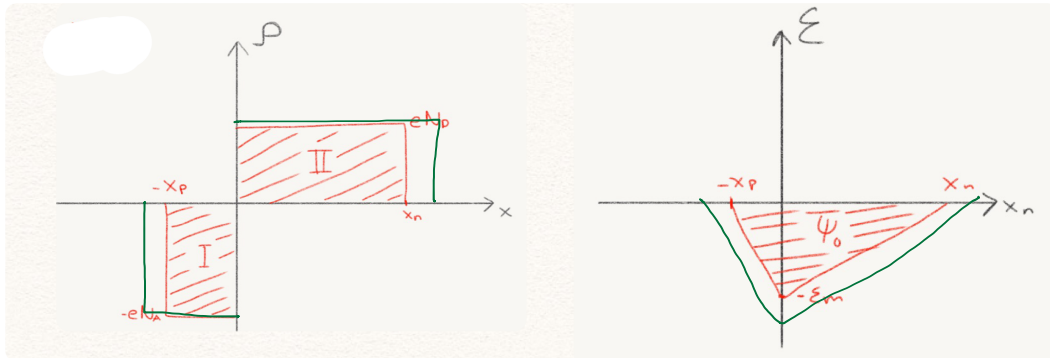


ii) Elektriska fältet (integralen)



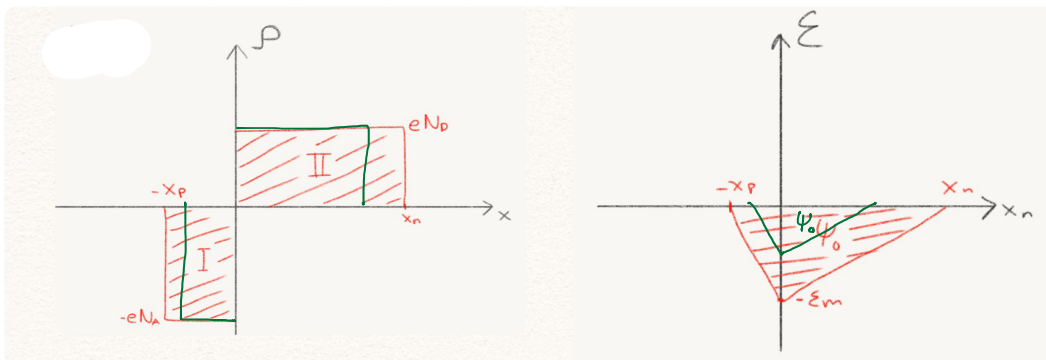
b) Hur ändras dina skisser om du backspänner dioden?

Om man backspänner dioden så förändrar man utarmningsområdet (gör det större). Se grön linje.



c) Hur ändras dina skisser om du framspänner dioden?

Utarmningsområdet minskar.



d) Beräkna  $\psi_0$  & maximala fältstyrkan i övergången (utan pålagd spänn.)

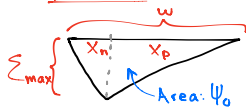
Vi använder:  $\psi_0 = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$ , men VAD ÄR  $n_i^2$ ??

$$n_i^2 = n \cdot p = N_c \cdot N_v \cdot e^{-E_g/kT} \approx 9,17 \cdot 10^{37} \Rightarrow \psi_0 \approx 0,4189 \text{ V}$$

$$(*) \underbrace{\sum_{\max}} = \frac{2 \psi_0}{w} = 2,91 \cdot 10^6$$

Om du inte kan denna formel kan du antingen fråga min lillebror som går i klass 4b, eller läsa beviset nedan:

Bevis



Vi vill finna ett samband mellan triangelns bas  $w$ , dess höjd  $\epsilon_{\max}$  och dess area  $\psi_0$ .

Vi behöver denna för att bevisa (\*).

Sats 4a

Antag att trianglar existerar, då ges deras area av:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Bevis: Lika stor Area!  $\square$   
Lika stor area

Använd sedan sats 4a för att visa ekvation (\*)

$$\frac{w \cdot \epsilon_{\max}}{2} = \psi_0 \Leftrightarrow \sum_{\max} = \frac{2 \psi_0}{w} \quad \square$$

e) Beräkna genombrottsspänningen om  $\epsilon_{br} = 2 \cdot 10^7 \text{ V/m}$ .

$$\psi_0 - U = \frac{\epsilon_{br}}{2} (x_p + x_n) = \frac{\epsilon_{br}}{2} \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r (\psi_0 - U)}{e} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

Bryt ut  $U$ :

$$\left(\frac{2}{\epsilon_{br}}\right)^2 (\psi_0 - U)^2 = (\psi_0 - U) \cdot \frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r}{e} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(\psi_0 - U)}_{U = \psi_0} \left( \left(\frac{2}{\epsilon_{br}}\right)^2 (\psi_0 - U) - \frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r}{e} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) = 0$$

$$U = \psi_0 - \left(\frac{\epsilon_{br}}{2}\right)^2 \cdot \frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r}{e} \cdot \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}$$

49) pn-övergång i germanium,  $N_A = 3,7 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ,  $N_D = 1,7 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ,  $n_i = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$

a) Beräkna  $e^-$ -konc. på n- och p-sidan i övergången.

$$n_{n0} = N_D = 1,7 \cdot 10^{21}, \quad n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} = 1,6 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} \quad (\text{Massverkan lag})$$

b) Beräkna hålkonc. på n- och p-sidan i övergången.

Här blir det tvärt om  $p_{p0} = N_A$ ,  $p_{n0} \cdot n_{n0} = n_i^2$

$$\Rightarrow p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} = 3,4 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}, \quad p_{p0} = N_A$$

c)  $U_F = 0,1 \text{ V}$ , hur stora blir då koncentrationen av minoritetsladdningsbärare vid utarmningsområdets kant? Hur stora är de injicerade koncentrationerna? Använd ekv. (7.9)

$$n_p(-x_p) = n_{p0} \cdot e^{eU/kT} \quad \text{se ekv (7.9) på s.191.}$$
$$p_n(+x_n) = p_{n0} \cdot e^{eU/kT}$$

d) Vid framspänning, hur stora är minoritetsladdningsbärarkoncentrationen långt in på p- respektive n-sidan? Hur blir det om man byter till backspänning?

Långt från utarmningsområdet har MLBK sina jämviktsvärden.

50) pn-ÖvergångsLED av GaAsP,  $\lambda = 670\text{nm}$ ,  $U_F = 1,3\text{V} \Rightarrow J = 0,015\text{mA}$

$$U_F = 1,6\text{V} \Rightarrow J = 17\text{mA}$$

När pn-Övergången är backspänd har den en kapacitans

86,3pF vid  $U_B = 1\text{V}$ .

41,8pF vid  $U_B = 10\text{V}$ .

a) Bestäm temperaturen i komponenten.

Diodekvationen:  $J = J_0 (e^{eU/kT} - 1)$

$$\frac{J_{0,015}}{J_{17}} = \frac{\cancel{J_0} \exp(eU_{1,3}/kT) - 1}{\cancel{J_0} \exp(eU_{1,7}/kT) - 1} \stackrel{\text{I rumstemp}}{\approx} \frac{\exp(eU_{1,3}/kT)}{\exp(eU_{1,6}/kT)} \Leftrightarrow T = \frac{e(U_{1,6} - U_{1,3})}{k \cdot \ln\left(\frac{I_{17}}{I_{0,015}}\right)} = 495\text{K}$$

b) Bestäm  $J_0$ .

$$J_0 = J \cdot (\exp(eU/kT) - 1)^{-1} = 0,015 \cdot 10^{-3} \cdot (\exp(e \cdot 1,3 / (k \cdot 495)) - 1)^{-1} \approx 8,8 \cdot 10^{-19}\text{A}$$

c) Bestäm laddningsbärarkoncentrationen på p-sidan om övergången är hårt dopad på n-sidan.

$$\epsilon_r = 12, \quad \mathcal{E}_{br} = 8 \cdot 10^7\text{V/m}$$

$$\mathcal{E}_{br} = \frac{e N_D}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r U_{br}}{e} \frac{N_A}{(N_D + N_A) N_D}} = \sqrt{\frac{2 e U_{br} N_D^2 N_A}{\epsilon_0 \epsilon_r (N_D + N_A) N_D}} \quad (*)$$

Eftersom  $N_{np} = N_A$  och  $N_{en} = N_D$  ( $N_D \gg N_A$ ) kan vi approximera (\*) med:

$$\mathcal{E}_{br} \approx \sqrt{\frac{2 e U_{br} N_A}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \Rightarrow N_A = \frac{\mathcal{E}_{br}^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{2 e U_{br}} = 1,06 \cdot 10^{23}\text{m}^{-3}$$

d) Bestäm övergångens inbyggda spänning  $\psi_0$ .

$$C = \frac{A \epsilon_r \epsilon_0}{w}$$

Vi börjar med att bestämma  $w_1/w_2$ .

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\sqrt{\frac{2 \epsilon (U_0 + U_1)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}}{\sqrt{\frac{2 \epsilon (U_0 + U_2)}{e} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}} = \sqrt{\frac{U_0 + U_1}{U_0 + U_2}} \Leftrightarrow U_0 = \frac{(\frac{C_2}{C_1})^2 U_2 - U_1}{1 - (\frac{C_2}{C_1})^2} = 2,03\text{V}$$

c) Bestäm övergångens area.

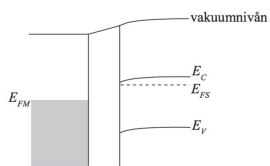
Vi antar igen att  $N_D \gg N_A \Rightarrow \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \approx \frac{N_D}{N_A N_D} = \frac{1}{N_A}$

$$\Rightarrow w = \sqrt{\frac{2 \epsilon_r \epsilon_0 (U_0 + U_b)}{e N_A}} = 2,25 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{w} \Leftrightarrow A = \frac{C w}{\epsilon_r \epsilon_0} = 1,32 \cdot 10^{-7}\text{m}^2$$

51) Ideal MOS-struktur, utträdesarbetet i halvledaren är lika stort som det i metallen. Halvledaren är n-dopad.

a) Hur ser banddiagrammet ut vid ackumulation?



b) Vilken polarisation måste pålagda spänningen ha för att åstadkomma ackumulation?  
Positiva polen mot metallen och negativa mot halvledaren.